1ГЛ

С. И. БЕРЕЗИН

СЧЕТНАЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА

·МАШИНОСТРОЕНИЕ·

С. И. БЕРЕЗИН

СЧЕТНАЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА

Издание четвертое,
исправленное и дополненное

ИЗДАТЕЛЬСТВО „МАШИНОСТРОЕНИЕ"
ЛЕНИНГРАД 1968

УДК 681.143

Счетная логарифмическая линейка. Березин С. И., изд-во «Машиностроение», 1968. 56 стр. 8 табл., 20 илл., библ. 10 назв.

В брошюре даны практические указания, как пользоваться счетной логарифмической линейкой. В популярной форме изложены правила умножения, деления, нахождения квадратов и кубов чисел, извлечения квадратных и кубических корней, а также тригонометрических функций. Правила иллюстрируются графическими изображениями и многочисленными примерами. Освещаются отдельные случаи использования логарифмической линейки в некоторых практических вычислениях.

Брошюра рассчитана на широкий круг читателей: инженерно-технических работников, студентов и учащихся школ и техникумов.

$\frac{3-1-1}{294-67}$

ПРЕДИСЛОВИЕ

Бурный рост народного хозяйства нашей страны требует высокой механизации труда инженеров и техников, рабочих и служащих, колхозников, всех тружеников советского общества. Немаловажное значение приобретают механизация и техника вычислительных работ, где наряду с электронно-счетными машинами используются всевозможные таблицы и счетная логарифмическая линейка.

Логарифмическая линейка является доступным и портативным счетным прибором, позволяющим значительно сократить время и труд на всевозможные вычисления.

Научиться быстро и точно работать на логарифмической линейке значительно легче, чем это многим кажется. Предлагаемое краткое руководство составлено в помощь самостоятельно изучающим логарифмическую линейку. Затратив несколько часов на разбор этой брошюры и проделав все приведенные в ней примеры и задачи, изучающий линейку приобретет необходимые навыки в работе. Повседневное пользование линейкой позволит довольно скоро овладеть техникой быстрого счета.

Подготовляя переиздание, автор имел в виду чисто практическую направленность руководства — научить считать на линейке. Этим и объясняется его краткость, большое число примеров для упражнений, отсутствие подробной теории построения шкал логарифмической линейки. Эти сведения можно найти в других, более фундаментальных пособиях, например в книге Д. Ю. Панова «Счетная линейка».

Общаясь со студентами старших курсов и дипломниками технических вузов, приходится, к сожалению, иногда наблюдать, что некоторые из них не умеют считать на линейке, пользоваться конторскими счетами для сложения и вычитания, таблицами умножения О'Рурка и таблицами Барлоу, незнакомы с элементарными приемами техники сокращенных вычислений, и поэтому все расчеты производят на бумаге, затрачивая непроизводительно массу времени и сил в ущерб действительно творческому труду при разработке темы дипломного проекта.

В расчете на таких студентов и написана в основном эта небольшая брошюра. И если она поможет им с наименьшей затратой сил научиться пользоваться линейкой, то автор сочтет свою скромную задачу выполненной.

Лица, незнакомые с теорией логарифмов, могут пользоваться линейкой для умножения, деления, возведения чисел в квадрат и извлечения квадратного корня. Для этого им следует изучить разделы II—XI пособия, проделав все приведенные примеры.

Настоящее издание отличается от предыдущего тем, что в него внесены необходимые исправления и увеличено число примеров для упражнений по некоторым разделам.

Автор

I. ПРИНЦИПЫ УСТРОЙСТВА ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ЛИНЕЙКИ

Если взять две обычные линейки, имеющие равномерные шкалы, то с их помощью можно производить действия сложения и вычитания. В этом легко убедиться, решив примеры: $2+4=6$ и $8-3=5$.

В первом случае, совместив шкалы линеек, как показано на рис. 1, найдем ответ: 6. Во втором, рассматривая положение шкал на рис. 2, читаем ответ: 5.

Однако использовать линейки для сложения и вычитания нецелесообразно. Эти действия проще и удобнее производить на счетах. Но этот прием оказывается очень полезным для умножения, деления, а также выполнения многих алгебраических и тригонометрических действий, если воспользоваться не обычными линейками с равномерными шкалами, а с так называемыми логарифмическими шкалами.

Для построения логарифмической шкалы «нормальной» счетной линейки с длиной шкал 25 *см* воспользуемся следующим «уравнением логарифмической шкалы»:

$$\bar{a} = m \lg a,$$

где a — метка штриха, поставленного на расстоянии $\bar{a}$ *см* от начала шкалы;

m — модуль шкалы, равный ее длине, в нашем случае 25 *см*.

Умножая «модуль» шкалы (25) на lg1, lg2, lg3, lg4 и т. д., получаем длины отрезков (в *см*), соответствующие штриху того или иного числа (табл. 1).

Нанеся длины отрезков на линейку, получим логарифмическую (неравномерную) шкалу (рис. 3).

Из курса математики средней школы известно, что

$$\lg (a \cdot b) = \lg a + \lg b,$$

$$\lg \left(\frac{a}{b}\right) = \lg a - \lg b,$$

$$\lg a^n = n \lg a,$$

$$\lg \sqrt[n]{a} = \lg a^{\frac{1}{n}} = \frac{\lg a}{n},$$

т. е. логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей, логарифм частного — разности логарифмов делимого и делителя.

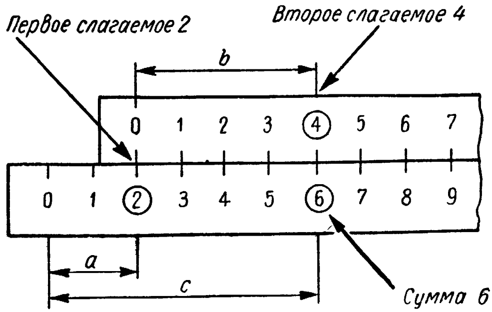


Рис. 1. Сложение при помощи двух линеек, имеющих равномерные шкалы

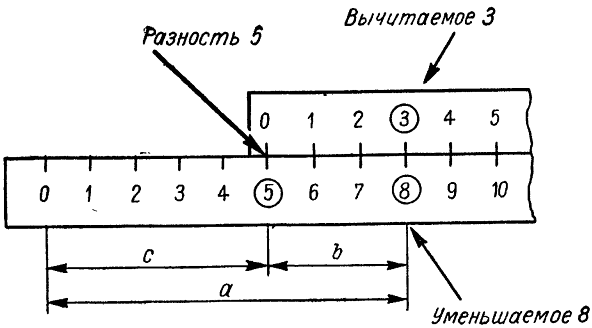


Рис. 2. Вычитание при помощи двух линеек, имеющих равномерные шкалы

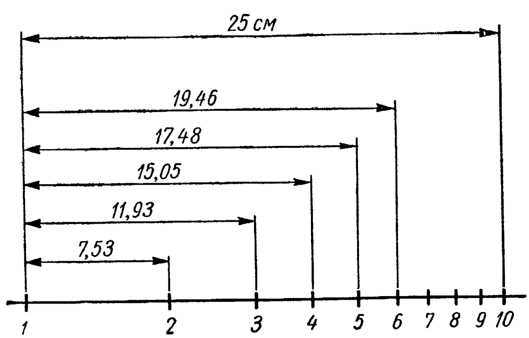


Рис. 3. Построение логарифмической шкалы «нормальной» счетной линейки (с длиной шкал 25 *см*)

Таблица 1

Число n	$\lg n$	Длина шкалы в *см*	Отрезок шкалы, соответствующий числу, в *см*
1	0,0000	25	0
2	0,3010	25	7,53
3	0,4771	25	11,93
4	0,6021	25	15,05
5	0,6990	25	17,48
6	0,7782	25	19,46
7	0,8451	25	21,13
8	0,9031	25	22,58
9	0,9542	25	23,86
10	1,0000	25	25,0

логарифм степени — логарифму основания, умноженному на показатель степени, и, наконец, логарифм корня — логарифму подкоренного числа, деленному на показатель корня.

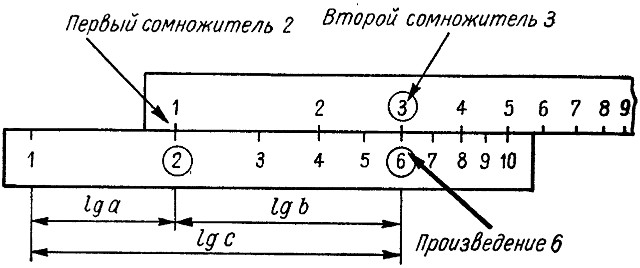


Рис. 4. Схема установки логарифмических шкал при умножении

Зная эти соотношения и воспользовавшись логарифмическими шкалами, мы можем свести действия умножения к сложению логарифмов сомножителей, а действия деления — к вычитанию логарифма делителя из логарифма делимого и т. д.

Примеры.

1) $a \times b = c$ при $a = 2$ и $b = 3$.

Логарифмируя обе части равенства, имеем

$$\lg a + \lg b = \lg c.$$

Взяв две линейки с логарифмическими шкалами и сделав установку, показанную на рис. 4, видим, что мы произвели сложение lg2 и lg3, получив в результате lg6, т. е. произведение 2 на 3.

2) $\frac{a}{b} = c$ при $a = 8$ и $b = 4$.

Логарифмируя обе части равенства, имеем

$$\lg a - \lg b = \lg c.$$

Соответствующая установка показана на рис. 5, из которой видно, что разность логарифмов делимого и делителя дает логарифм частного — в нашем примере 2.

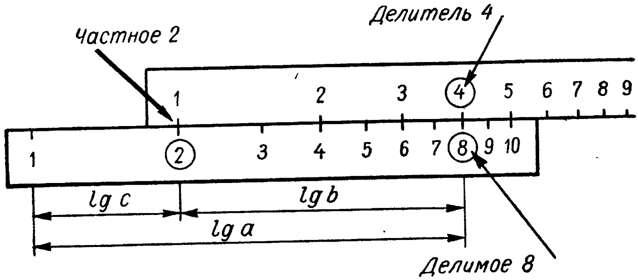


Рис. 5. Схема установки логарифмических шкал при делении

II. ОПИСАНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ЛИНЕЙКИ

Счетная логарифмическая линейка состоит из трех частей:

1) корпуса линейки;

2) движка, свободно передвигающегося в пазах корпуса линейки;

3) бегунка, на стекле которого нанесена линия, называемая визирной линией или волоском и служащая для облегчения чтения цифр на шкалах.

На лицевой стороне логарифмической линейки обычно нанесено пять шкал (рис. 6).

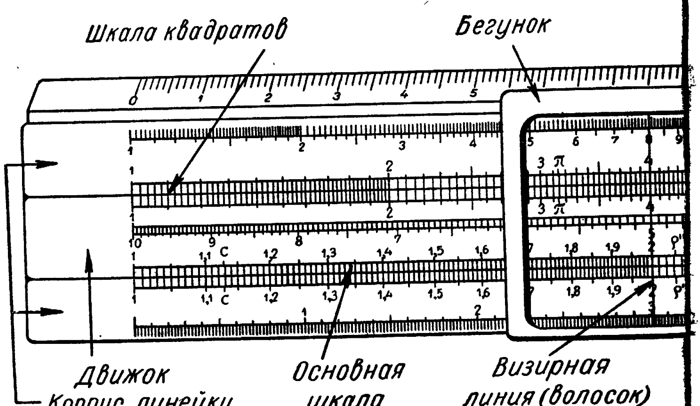


Рис. 6. Лицевая сторона ло

Эти шкалы, считая снизу вверх, следующие:

I — шкала мантисс логарифмов, расположена внизу корпуса линейки;

II — шкала умножения, или основная шкала, расположена частью на корпусе и частью на движке линейки;

III — обратная шкала, расположена посередине движка и отличается от основной только тем, что нанесена в обратном порядке, справа налево;

IV — шкала квадратов, состоящая из двух совершенно одинаковых шкал (левой и правой), расположена частью на движке и частью на корпусе линейки;

V — шкала кубов, расположена вверху корпуса линейки, состоит из трех совершенно одинаковых шкал (левой, средней и правой).

На оборотной стороне движка нанесены три шкалы тригонометрических величин (рис. 7).

Эти шкалы, считая снизу вверх, следующие:

VI — шкала тангенсов углов от 5° 44′ до 45°, обозначаемая Tg;

VII — шкала синусов и тангенсов малых углов от 0° 34′ до 5° 44′, обозначаемая буквами *S* и T;

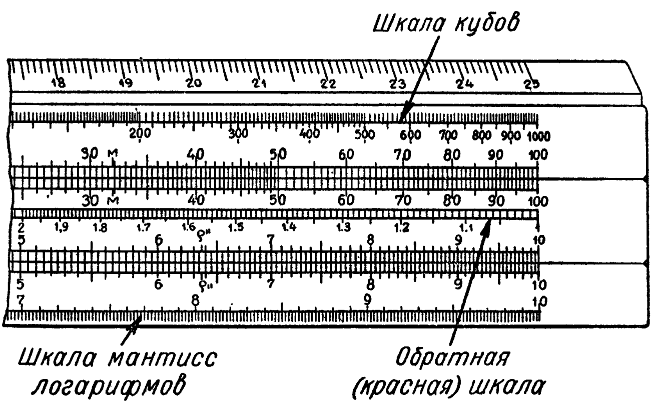
VIII — шкала синусов углов от 5° 44′ до 90°, обозначаемая sin.

По бокам логарифмической линейки нанесены сантиметровые деления и масштабная шкала.

На оборотной стороне корпуса линейки помещен ряд физических констант: коэффициенты линейного расширения, модули упругости, удельные веса некоторых тел и т. д., которые бывают необходимы при технических расчетах.

В продаже имеются линейки со шкалами длиной 12,5 и 25 *см*. Наиболее удобной считается линейка с длиной шкал 25 *см* и все дальнейшие рассуждения будут вестись с расчетом на эту линейку.

От размера шкал зависит точность подсчетов: чем меньше длина шкалы линейки, тем меньше точность результата. Линейка с длиной шкал 25 *см*, так называемая «нормальная», при ее портативности



гарифмической линейки

обеспечивает результат вычислений с точностью до 3—4 знаков, вполне достаточный для большинства практических расчетов. Относительная точность подсчета на логарифмической линейке одинакова на всем протяжении шкалы.

При пользовании логарифмической линейкой необходимо помнить, что это счетный прибор, требующий осторожного обращения. Во избежание царапин, порчи шкал хранить линейку нужно в футляре, не ронять, не использовать в качестве обычной линейки, не класть ее в слишком сухое или слишком сырое место, так как это приведет к деформации шкал и понизит точность подсчетов.

Работать на линейке лучше с карандашом в руке, так как чернильные пятна со шкал не удаляются. Загрязненные шкалы протирают кусочком ваты, смоченной в одеколоне или спирте.

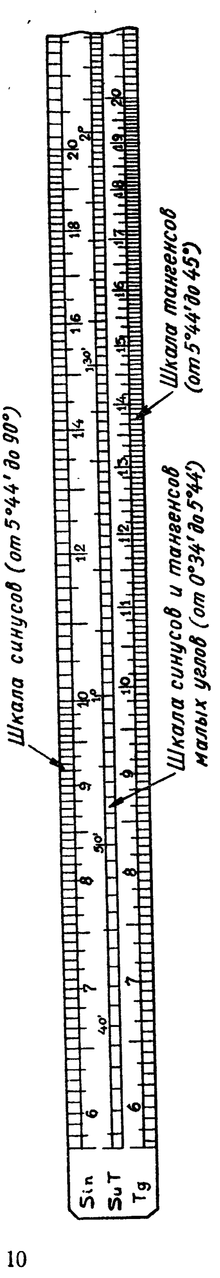


Рис. 7. Оборотная сторона движка логарифмической линейки

III. ЦЕНА ДЕЛЕНИЙ ОСНОВНОЙ ШКАЛЫ

Знание цены делений шкал является одним из важнейших моментов в работе на логарифмической линейке, обеспечивающим быстроту и точность подсчетов. Поэтому обращаем внимание изучающих на то, что цену делений шкал необходимо хорошо усвоить.

Перейдем к разбору цены делений основной шкалы.

Если мы внимательно рассмотрим основную шкалу, то увидим ряд отметок, нанесенных крупными цифрами на всей длине шкалы: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10; кроме того, в промежутке от 1 до 2 заметим ряд делений, обозначенных более мелкими цифрами: 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8 и 1,9. Деления в промежутке от 1 до 2 нанесены лишь потому, что это большой интервал, в котором легко можно прочитать цифры, тогда как, например, в интервале от 8 до 9 или от 9 до 10 их было бы почти невозможно разобрать.

Рассматривая деления на основной шкале, замечаем, что они неодинаковы во всех интервалах. Так, интервал от 1 до 2 разделен на 10 крупных делений, причем каждое из этих делений разделено еще на 10 мелких.

Интервалы от 2 до 3 и от 3 до 4 разделены каждый на 10 крупных делений, и затем каждое из этих делений разделено уже не на 10 мелких делений, как в первом случае, а всего лишь на 5.

Наконец интервалы от 4 до 5 и все последующие разделены каждый на 10 крупных делений, а эти последние, в свою очередь, разделены уже не на 10, как в первом случае, и не на 5, как во втором, а всего лишь на 2.

Таким образом, цена мелких делений на основной шкале неодинакова и сводится к трем видам. Какова же цена мелких делений в каждом отдельном случае?

Таблица 2

Вид делений	Интервал	Цена деления
I	1—2	1
II	2—4	2
III	4—10	5

Для того чтобы уяснить это, предположим, что каждый интервал равен 100. Тогда в интервале от 1 до 2 мы имеем 10 крупных делений, из которых каждое разделено на 10 мелких, т. е. всего 100 делений, и, следовательно, каждое мелкое деление равно единице, так как 100 : 100 = 1. В интервалах от 2 до 3 и от 3 до 4 мы имеем цену делений, равную двум. Эти отрезки разделены на 10 крупных делений, а каждое крупное — на 5 мелких, т. е. отрезок разделен всего на 50 делений, и, таким образом, цена деления будет равна 100 : 50 = 2. В интервале от 4 до 5 и во всех последующих цена каждого мелкого деления равна пяти. Полагая отрезок от 4 до 5 равным 100, замечаем, что он разделен на 10 крупных делений, а каждое крупное, в свою очередь, разделено еще на 2, т. е. всего этот интервал разделен на 20 делений, а 100 : 20 = 5.

Итак, на основной шкале логарифмической линейки имеется три вида делений. Для лучшего запоминания цены делений отдельных участков основной шкалы сведем их в табл. 2.

Каждое пятое деление на шкалах отмечено более длинной черточкой (это сделано для ускорения чтения чисел).

Точно такие же деления имеются и на обратной или, красной, шкале, и поэтому цена ее делений совпадает с ценой делений основной шкалы. Цена делений на шкалах квадратов и кубов одинакова и соответствует в интервалах от 1 до 2 — двум, от 2 до 5 — пяти и, наконец, в интервалах от 5 до 10 — десяти. В этом легко убедиться, рассуждая аналогично тому, как это делалось при определении цены деления основной шкалы.

Шкала мантисс логарифмов равномерна, и каждое мелкое ее деление равно 2.

IV. УСТАНОВКА И ЧТЕНИЕ ЧИСЕЛ НА ОСНОВНОЙ ШКАЛЕ

При установке и чтении чисел на логарифмической шкале не обращают внимание на запятую, если число дробное. Так, числа 0,11; 1,1; 11; 110, 11 000 будут установлены в одном и том же месте шкалы.

На рис. 8 приведено несколько примеров установки и чтения чисел. Из отметок, показанных стрелками, мы видим, как нужно устанавливать числа на шкале. Для получения более точного результата в подсчетах нужно как можно тщательнее устанавливать числа на шкалах.

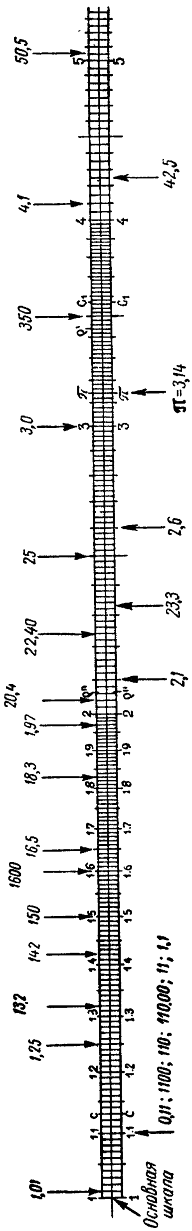


Рис. 8. Установка и чтение чисел на основной шкале

Очень важно научиться быстро и точно читать числа на шкале, поэтому начинающим необходимо больше практиковаться в установке и чтении чисел.

Вот несколько упражнений.

Установить волоском: 4; 6; 0,8; 0,05; 105; 17,5; 525; 9,1; 11 000; 2,5; 25; 1,03; 1,3; 192; 16 400; 222; 202; 405; 450; 7950.

Если надо установить число, например 2230, то в этом случае в интервале от 2 до 3 берут два крупных деления — получают 2200, одно малое, равное 20, и половину следующего (устанавливают на глазок), т. е. 10, и получают 2230.

Установить следующие числа: 423; 210; 3,11; 16,05; 603; 2,43; 0,451; 55,6.

Если число имеет более трех-четырех цифр, например 18 607, то в этом случае устанавливаем 18 600, отбрасывая цифру семь, так как ее на глаз не установить. Точно так же вместо 211 014,5 ставят 211 000, а 14,5 отбрасывают. Если же надо установить число 32 198, то в этом случае берут 32 200.

Установить следующие числа: 17,241; 20,002; 37614,2; 175,99; 926,14; 4050,3.

Для ускорения и точности в установке ряда постоянных величин их значения отмечены на шкалах линейки особыми значками. Особые значки, их значения и местоположения даются в табл. 3. Рекомендуется самим найти их на соответствующих шкалах.

Пользование особыми значками не представляет затруднений и легко усваивается в практической работе.

V. ПОРЯДОК ЧИСЕЛ

Для быстрого определения результата подсчета на логарифмической линейке необходимо усвоить понятие «порядок» числа.

Порядком или значностью числа будем называть количество цифр в целой части этого числа, если оно больше или равно единице, и количество нулей между запятой и первой значащей цифрой, если число меньше единицы.

В первом случае порядок чисел считается положительным, во втором — для чисел меньше единицы — отрицательным.

В табл. 4 приводится порядок некоторых чисел.

Таблица 3

Вид особого значка	Значение	Шкалы линейки
π	3,14159	Основная и шкала квадратов
C	$\sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1,12838$	Основная
C_1	$\sqrt{\frac{40}{\pi}} = 3,56825$	Основная
M	$\frac{1}{\pi} = 0,31831$	Шкала квадратов
ϱ'	$\frac{360 \cdot 60}{2\pi} = 3437,7$	Основная
ϱ''	$\frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi} = 206\,265$	Основная
$\varrho_{''}$	$\frac{2 \cdot 10^6}{\pi} = 636\,620$	Оснавная

Таблица 4

Числа больше или равные единице ($N \geqslant 1$)		Числа меньше единицы ($N < 1$)	
Число	Порядок числа	Число	Порядок числа
2	+1	0,05	—1
74	+2	0,0017	—2
1 042	+4	0,0004	—3
128 614	+6	0,000003	—5
318	+3	0,01475	—1
61,7	+2	0,5	0
7 000	+4	0,000014	—4
4,8	+1	0,16	0
28,6	+2	0,0047	—2
351,64	+3	0,8649	0
1 001,9	+4	0,00125	—2
7,644	+1	0,514	0
864,172	+3	0,0001	—3

Сравнивая порядок чисел с их характеристикой при логарифмировании, замечаем, что он всегда больше характеристики на единицу (табл. 5).

Таблица 5

Число	Порядок числа	Характеристика
6	+1	0
72	+2	+1
4814	+4	+3
0,015	−1	−2
0,5	0	−1

VI. УМНОЖЕНИЕ

Для того чтобы перемножить два числа, поступают следующим образом: на основной шкале линейки находят первый сомножитель, засекают его волоском, а затем подводят под волосок начало или конец движка, находят на основной шкале движка второй сомножитель, засекают его волоском и на основной шкале линейки читают результат.

Примеры:

1) $2 \times 4 = 8.$

В данном случае поступают так: находят сначала на основной шкале цифру 2, засекают ее волоском, под волосок подводят начало

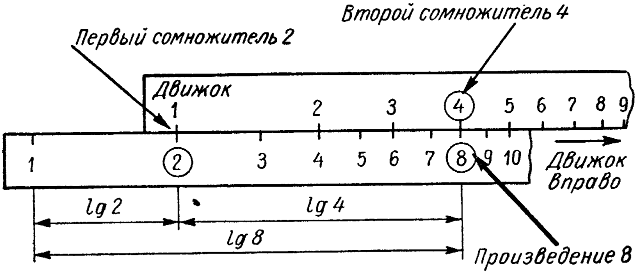


Рис. 9. Схема установки движка при умножении

движка, выдвигая его вправо, затем на основной шкале движка находят цифру 4, засекают ее волоском и под волоском, на основной шкале линейки, читают произведение: 8. Схема установки при умножении 2 на 4 показана на рис. 9.

2) $4 \times 8 = 32.$

Находим на основной шкале линейки первый множитель 4, засекаем его волоском, затем подводим под волосок конец движка, выдвигая движок влево, находим на движке второй множитель 8, засекаем его волоском и под волоском на основной шкале линейки читаем произведение: 32.

В первом примере, при умножении 2 на 4, мы выдвигали движок вправо, во втором, при умножении 4 на 8, — влево. Если бы при умножении 4 на 8 мы выдвинули движок вправо, то второй множитель 8, взятый на движке, вышел бы за пределы корпуса линейки и мы не смогли бы прочитать результат.

Примеры для упражнений:

1) $25 \times 3 = 75$	11) $145 \times 2 = 290$
2) $8 \times 9 = 72$	12) $1850 \times 3 = 5550$
3) $6,5 \times 6 = 39$	13) $175 \times 0,12 = 21$
4) $0,4 \times 0,5 = 0,2$	14) $725 \times 6 = 4350$
5) $32 \times 0,5 = 16$	15) $3,42 \times 34,5 = 118$
6) $15 \times 31 = 465$	16) $88,7 \times 7,28 = 646$
7) $1,8 \times 30 = 54$	17) $52,6 \times 0,331 = 17,41$
8) $22,5 \times 2 = 45$	18) $40,5 \times 49,5 = 2000$
9) $25 \times 7 = 175$	19) $293 \times 5,2 = 1524$
10) $16 \times 1,6 = 25,6$	20) $8,19 \times 0,187 = 1,532$

При перемножении всех этих чисел результат определяется легко. В тех же случаях, когда вычислить порядок произведения путем подсчета в уме затруднительно, можно воспользоваться правилом для определения порядка произведения.

Например: $7700 \times 0,02 = 154$.

Произведя необходимую установку, читаем результат — цифры 1 — 5 — 4. Но сказать сразу, рассматривая положение волоска, каков будет этот результат: 15,4, или 154, или 1540 и т. д., нельзя, и для его определения потребуется или сделать подсчет в уме, или же воспользоваться следующим правилом.

При перемножении двух чисел порядок произведения равен сумме порядков сомножителей, если движок выдвигался влево, и сумме порядков сомножителей минус единица, если движок выдвигался вправо.

Обозначив порядок произведения через N, порядок множимого через a и порядок множителя через b, можем, пользуясь этим правилом, написать следующие формулы для порядка произведения двух чисел:

$$\left.\begin{aligned} N_{лев} &= a + b; \\ N_{прав} &= a + b - 1. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Правилом знаков для определения порядка произведения следует пользоваться только в тех случаях, когда подсчет его действительно затруднителен; во всех прочих случаях нужно стараться получить ответ в уме путем грубой прикидки. Это значительно ускорит подсчеты.

Грубую прикидку результатов вычислений можно свести в следующую таблицу (табл. 6)

Примеры для упражнений:

1) $140 \times 0,02 = 2,8$	11) $15,4 \times \pi = 48,4$
2) $0,15 \times 0,04 = 0,006$	12) $0,421 \times 192,1 = 80,9$
3) $1550 \times 0,02 = 31$	13) $0,081 \times 572 = 46,3$
4) $0,04 \times 0,03 = 0,0012$	14) $0,241 \times 33,1 = 7,97$
5) $0,008 \times 0,05 = 0,0004$	15) $8,19 \times 0,187 = 1,532$
6) $75 \times 0,06 = 4,5$	16) $3,49 \times 0,0482 = 0,1682$
7) $550 \times 0,3 = 165$	17) $3600 \times 0,002 = 7,2$
8) $2,4 \times 1,6 = 3,84$	18) $0,2 \times 3,05 = 0,61$
9) $0,4 \times 0,6 = 0,24$	19) $2,75 \times 285 = 784$
10) $0,03 \times 300 = 9$	20) $4,38 \times 0,0873 = 0,382$

Таблица 6

Действия	Цифры ответа	Грубая прикидка	Ответ
$12{,}2\times40$	4—8—8	$10\times40=400$	488
$5{,}87\times0{,}9$	5—2—8	$6\times1=6$	5,28
$739\times9{,}8$	7—2—4	$740\times10=7400$	7240
$220:20$	1—1	$200:20=10$	11
$5963:8{,}9$	6—7	$6000:10=600$	670
$4{,}5\times2{,}5\times6{,}9$	7—7—7	$5\times2=10$ $10\times7=70$	77,7
$\dfrac{83{,}2\times1{,}72}{3{,}96}$	3—6—2	$\dfrac{80}{4}=20$ $20\times2=40$	36,2

В примере 1 порядок сомножителей равен: $a=+3$ и $b=-1$, движок при перемножении выдвигался вправо; следовательно, порядок произведения

$$N_{прав}=+3+(-1)-1=+1;$$

ответ: 2,8.

В примере 4 порядок сомножителей соответственно равен: $a=-1$ и $b=-1$, движок при перемножении выдвигался влево; следовательно, порядок произведения

$$N_{лев}=-1+(-1)=-2;$$

ответ: 0,0012.

В примере 9 порядок сомножителей $a=0$ и $b=0$, движок при перемножении выдвигался влево; следовательно, порядок произведения равен

$$N_{лев}=0+0=0;$$

ответ: 0,24.

В примере 11 порядок сомножителей $a=+2$ и $b=+1$, движок при перемножении выдвигался вправо; следовательно, порядок произведения

$$N_{прав}=+2+1-1=+2;$$

ответ двузначное число: 48,4.

В примере 20 порядок сомножителей $a=+1$ и $b=-1$, движок при перемножении выдвигался влево; следовательно, порядок произведения

$$N_{лев}=+1+(-1)=0;$$

ответ: 0,382.

П р и п е р е м н о ж е н и и т р е х и б о л е е с о м н о ж и т е л е й, например $2\times3\times4\times6=144$, поступаем следующим образом: сначала умножаем 2 на 3, получаем 6, затем рассматриваем 6 как новое число, которое необходимо умножить на 4, т. е. засекаем 6 волоском, под волосок подводим конец движка, выдвигая его влево, находим на движке цифру 4 и засекаем волоском, в результате получаем 24. Затем 24 опять рассматриваем как новый множитель, который надо умножить на 6. Для этого под волосок, стоящий на 24, подводим еще раз конец движка, выдвигая его влево, находим на движке цифру 6, засекаем ее волоском, и на основной шкале корпуса линейки читаем окончательный результат: 144.

Разбор вышеприведенного примера приводит нас к выводу, что перемножение нескольких чисел ничем существенным не отличается от перемножения двух чисел. Обычно, перемножая ряд чисел, не читают промежуточных результатов, так как это отнимает много времени.

Что касается нахождения порядка произведения, то в простых случаях его нужно определять путем прикидки в уме, а в более сложных — пользуясь следующим правилом.

Порядок произведения нескольких сомножителей равен сумме порядков сомножителей минус столько единиц, сколько раз при перемножении движок выдвигался вправо (т. е. производилась установка началом движка).

Обозначив: N — порядок произведения, a, b, c, d, e, f, . . ., n — порядки сомножителей и α — число выдвижений движка вправо, получим следующую формулу для определения порядка произведения нескольких сомножителей:

$$N = a + b + c + d + e + f + \ldots + n - 1\alpha. \qquad (2)$$

Для облегчения подсчета порядка произведения каждый ход движка вправо отмечаем на бумаге каким-нибудь знаком — точкой, галочкой и т. д.

Разберем применение этой формулы на следующем примере:

$$0{,}4 \times 20 \times 0{,}5 \times 0{,}06 \times 2{,}5 = 0{,}6.$$

Порядок 0,4 = 0		Порядок 0,06 = —1
» 20 = +2		» 2,5 = +1
» 0,5 = 0		

При перемножении движок выдвигался вправо два раза; следовательно, порядок произведения равен

$$N = 0 + 2 + 0 + (-1) + 1 - 1 \cdot 2 = 0$$

и произведение равно 0,6.

Примеры для упражнений:

1) $0{,}6 \times 0{,}3 \times 150 = 27$
2) $0{,}25 \times 44 \times 0{,}02 \times 0{,}004 = 0{,}00088$
3) $45 \times 12{,}5 \times 0{,}003 \times 0{,}2 = 0{,}338$
4) $5500 \times 0{,}5 \times 40 \times 0{,}06 = 6600$
5) $0{,}3 \times 0{,}002 \times 0{,}04 \times 0{,}4 \times 25 = 0{,}00024$
6) $0{,}75 \times 2 \times 0{,}3 \times 500 = 225$
7) $0{,}0025 \times 0{,}15 \times 0{,}2 \times 4 = 0{,}0003$
8) $8{,}37 \times 41{,}6 \times 0{,}228 \times \pi = 249$
9) $34{,}6 \times 2{,}45 \times 4{,}25 = 360$
10) $8{,}86 \times 16{,}1 \times 0{,}680 = 97$
11) $8{,}9 \times 7{,}6 \times 9{,}03 \times 1{,}12 = 684$
12) $0{,}376 \times 16{,}57 \times 0{,}851 \times 4{,}07 = 21{,}6$
13) $2{,}28 \times 0{,}0371 \times 98{,}1 \times 1{,}5 = 12{,}45$
14) $8{,}18 \times 0{,}919 \times 3{,}03 \times 3{,}11 = 70{,}8$
15) $6{,}65 \times 19{,}3 \times 0{,}717 \times 3{,}62 \times 8{,}22 = 2740$
16) $0{,}0103 \times 33{,}8 \times 0{,}049 \times 8{,}01 = 0{,}137$

Порядок произведения в примере 5 подсчитываем так:

порядок 0,3 = 0
» 0,002 = —2
» 0,04 = —1
» 0,4 = 0
» 25 = +2

Движок выдвигался вправо два раза; следовательно, порядок произведения

$$N = 0 + (-2) + (-1) + 0 + 2 - 1 \cdot 2 = -3$$

и произведение 0,00024.

Порядок произведения в примере 8 подсчитываем так:

порядок 8,37 = +1
» 41,6 = +2
» 0,228 = 0
» π = +1

Движок выдвигался вправо один раз; следовательно, порядок произведения

$$N = 1 + 2 + 0 + 1 - 1 \cdot 1 = +3$$

и ответ 249.

Порядок произведения в примере 15 подсчитываем так:

порядок 6,65 = +1
» 19,3 = +2
» 0,717 = 0
» 3,62 = +1
» 8,22 = +1

Движок выдвигался вправо один раз; следовательно, порядок произведения равен

$$N = 1 + 2 + 0 + 1 + 1 - 1 \cdot 1 = +4$$

и произведение 2740.

VII. ДЕЛЕНИЕ

Для того чтобы разделить одно число на другое, находят на основной шкале делимое, засекают его волоском, затем под волосок подводят делитель, взятый на основной шкале движка, и частное читают на основной шкале линейки против начала или конца движка.

Примеры:

1) 9 : 3 = 3.

Прежде всего находим на основной шкале линейки делимое — цифру 9 и засекаем ее волоском. Затем, выдвигая движок вправо, подводим под волосок делитель, взятый на основной шкале движка, — цифру 3. С левой стороны бегунка, против начала движка, на основной шкале корпуса линейки читаем частное 3. Схема установки движка при делении 9 на 3 дается на рис. 10.

2) 15 : 3 = 5.

Засекаем волоском на основной шкале линейки делимое — цифру 15. Затем, выдвигая движок влево, подводим под волосок делитель, взятый на основной шкале движка, — цифру 3, и справа от бегунка, против конца движка, на основной шкале линейки читаем частное 5.

Примеры для упражнений:

1) 32 : 2 = 16	7) 1620 : 20 = 81
2) 18 : 9 = 2	8) 455 : 35 = 13
3) 24 : 4 = 6	9) 212 : 78,5 = 2,7
4) 72 : 3 = 24	10) 615 : 1,5 = 410
5) 364 : 4 = 91	11) 76,4 : 0,4 = 191
6) 845 : 5 = 169	12) 228 : 3 = 76

Во всех приведенных примерах порядок частного определяется легко. В тех случаях, когда порядок частного вычислить путем подсчета в уме затруднительно, можно воспользоваться следующим правилом.

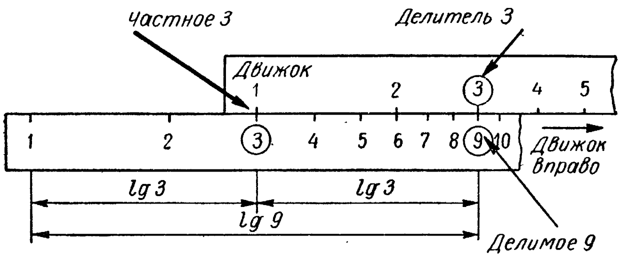


Рис. 10. Схема установки движка при делении

Порядок частного равен разности порядков делимого и делителя, если при делении движок выдвигался влево, и разности порядков делимого, и делителя плюс единица, если движок выдвигался вправо.

Обозначая через M порядок частного, через a порядок делимого, через b порядок делителя, можем записать это правило в виде следующей формулы:

$$\left.\begin{aligned} M_{лев} &= a - b; \\ M_{прав} &= a - b + 1. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Как и при умножении, этим правилом следует пользоваться только в том случае, когда определение порядка частного действительно затруднено. Во всех других случаях нужно стараться получить ответ путем прикидки в уме, — это позволит значительно ускорить подсчеты (см. табл. 6).

Исключение из этого правила составляет деление 1 на 5, которое надо производить при движке, выдвинутом влево, так как при движке, выдвинутом вправо, порядок будет подсчитан неверно.

Примеры для упражнений:

1) 4,5 : 0,0225 = 200	4) 0,0004 : 0,05 = 0,008
2) 0,275 : 0,5 = 0,55	5) 64,5 : 0,005 = 12 900
3) 0,016 : 0,8 = 0,02	6) 428 : 0,4 = 1070

7) 6280 : 40 = 157
8) 475 : 0,03 = 158,30
9) 0,08 : 200 = 0,0004
10) 0,006 : 0,003 = 2
11) 3,82 : 43,4 = 0,088
12) 49,6 : 3250 = 0,01526
13) 24,7 : π = 7,86
14) 4,34 : 0,00687 = 632
15) 0,839 : 1,29 = 0,648
16) 37,6 : 4,83 = 7,79
17) 88,8 : 0,00367 = 24 160
18) 9,87 : 10,38 = 0,951
19) 2,72 : 3,14 = 0,865
20) 0,000372 : 0,00448 = 0,083

В примере 1 порядок делимого $a = +1$, порядок делителя $b = -1$, движок выдвигался вправо; следовательно, порядок частного

$$M_{прав} = +1 - (-1) + 1 = +3$$

и частное равно 200.

В примере 4 порядок делимого $a = -3$, порядок делителя $b = -1$, движок выдвигался влево; следовательно, порядок частного

$$M_{лев} = -3 - (-1) = -2$$

и частное равно 0,008.

В примере 12 порядок делимого $a = +2$, порядок делителя $b = +4$, движок выдвигался вправо; следовательно, порядок частного

$$M_{прав} = +2 - (+4) + 1 = -1$$

и частное равно 0,01526.

В примере 20 порядок делимого $a = -3$, порядок делителя $b = -2$, движок выдвигался влево; следовательно, порядок частного

$$M_{лев} = -3 - (-2) = -1$$

и частное равно 0,083.

VIII. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НА ШКАЛЕ КВАДРАТОВ И С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНОЙ ШКАЛЫ

В целях ускорения подсчетов иногда полезно производить умножение и деление на шкале квадратов и с помощью обратной или красной шкалы. Установка чисел при умножении и делении на шкале квадратов ничем не отличается от установки чисел на основной шкале. В связи с тем, что левая и правая шкалы квадратов в два раза меньше основной шкалы, результат будет менее точен.

Умножение на шкале квадратов ускоряется тем, что не надо делать переброски движка. Цену делений шкалы квадратов рекомендуем установить самим. Умножение с помощью шкалы квадратов $2 \times 3 = 6$ показано на рис. 11.

В этом случае порядок произведения равен сумме порядков сомножителей, если произведение читается не на той шкале, на которой взят первый сомножитель, и сумме порядков сомножителей минус единица, если произведение читается на той же шкале, на которой взят и первый сомножитель.

Порядок частного равен разности порядков делимого и делителя, если частное читается справа от делимого, и разности порядков делимого и делителя плюс единица, если частное читается слева от делимого.

П р и м е р ы д л я у п р а ж н е н и й:

1) $2{,}45 \times 55{,}7 = 136$	6) $63 : 3 = 21$
2) $45{,}9 \times 7{,}68 = 353$	7) $1{,}8 : 6 = 0{,}3$
3) $18{,}64 \times 5 = 93{,}2$	8) $4{,}3 : 0{,}8 = 5{,}38$
4) $2{,}6 \times 7{,}4 = 19{,}2$	9) $7{,}28 : 18{,}7 = 0{,}39$
5) $16{,}5 \times 5{,}5 = 90{,}8$	10) $0{,}52 : 0{,}13 = 4$

В примере 1 ответ читается на правой шкале, тогда как первый сомножитель взят на левой. В этом случае порядок произведения равен сумме порядков сомножителей, т. е. $+3$; ответ представляет собой трехзначное число 136.

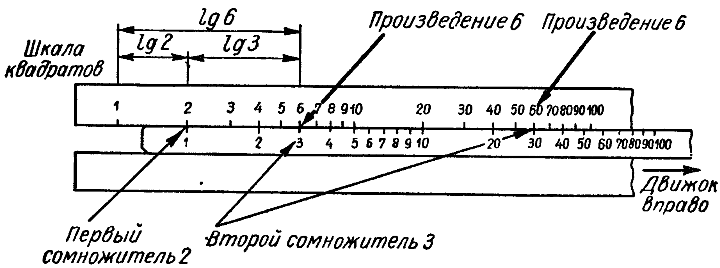


Рис. 11. Схема установки движка при умножении на шкале квадратов

В примере 3 произведение читаем на левой шкале, т. е. на той же, на которой был взят первый сомножитель. Порядок произведения равен сумме порядков сомножителей минус единица, т. е. $+2 + 1 - 1 = +2$. Ответ: 93,2.

В примере 6 частное читаем слева от делимого. В этом случае порядок частного равен разности порядков делимого и делителя плюс единица, т. е. $+2 - 1 + 1 = +2$; таким образом частное — двузначное число 21.

В примере 8 частное читаем справа от делимого. Порядок частного равен разности порядков делимого и делителя, т. е. $+1 - 0 = +1$. Ответ: 5,38.

У м н о ж е н и е с п о м о щ ь ю о б р а т н о й ш к а л ы значительно облегчается, так как делается установка, как при делении. Основная и обратная шкалы взаимосвязаны обратной зависимостью, и для того чтобы перемножить два числа, нужно первое разделить на обратную величину второго.

Например: $25 \times 3 = 25 : \frac{1}{3} = 75$.

При умножении с помощью обратной шкалы поступаем следующим образом. Находим на основной шкале делимое, например 25, и засекаем его волоском. Затем отыскиваем на обратной шкале делитель — цифру 3 и, выдвигая движок влево, подводим ее под волосок, а справа, против конца движка, на основной шкале читаем результат 75.

Умножение с помощью обратной шкалы $2 \times 7 = 14$ показано на рис. 12.

При умножении с помощью обратной шкалы порядок произведения равен сумме порядков сомножителей, если движок выдвигается вправо, *и сумме порядков сомножителей минус единица, если движок выдвигается влево.*

Примеры для упражнений:

1) $5,64 \times 3,1 = 17,48$
2) $0,144 \times 17 = 2,45$
3) $38,2 \times 5,9 = 225$
4) $6,9 \times 87 = 600$
5) $0,0075 \times 0,04 = 0,0003$

В примере 2 движок при перемножении выдвигается влево, и поэтому порядок произведения равен сумме порядков сомножителей минус единица, т. е. $0 + 2 - 1 = +1$. Ответ — однозначное число 2,45.

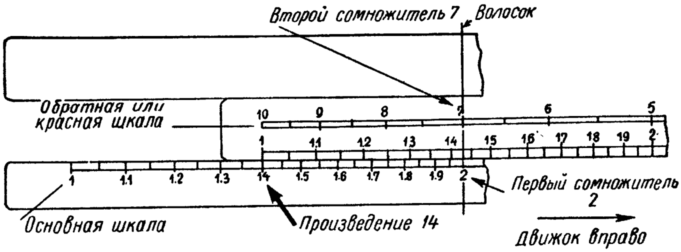


Рис. 12. Схема установки движка при умножении с помощью обратной шкалы

В примере 5 при перемножении движок выдвигается вправо. В этом случае порядок произведения равен сумме порядков сомножителей, т. е. $-2 + (-1) = -3$, и ответ будет 0,0003.

При помощи обратной шкалы одной установкой движка можно легко вычислить выражение вида $a \times b \times c$. Это вычисление называется умножением посредством красных цифр. Например: $4,5 \times 2 \times 3,8 = 34,2$.

В данном случае поступают так: находят на основной шкале первый множитель 4,5 и засекают его волоском, затем под волосок подводят второй множитель 2, взятый на обратной шкале. После этого, не читая промежуточного результата, находят на основной шкале движка третий множитель 3,8, засекают его волоском и на основной шкале корпуса линейки читают результат 34,2.

Примеры для упражнений:

1) $5,6 \times 2,5 \times 0,3 = 4,2$
2) $32,2 \times 4,5 \times 2,7 = 392$
3) $44 \times 1,5 \times 3 = 198$
4) $12 \times 0,4 \times 5 = 24$
5) $35,2 \times 9 \times 0,25 = 79$
6) $2,5 \times 30 \times 0,22 = 16,5$
7) $0,3 \times 2,7 \times 40 = 32,4$
8) $5,8 \times 0,5 \times 1,5 = 4,35$
9) $0,116 \times 1,73 \times \pi = 0,63$
10) $1,5 \times 2,4 \times 32 = 115$
11) $40,6 \times 3,27 \times 50,5 = 6700$
12) $0,8 \times 2,81 \times 41,7 = 93,7$

В примере 1 при перемножении с помощью обратной шкалы движок выдвигался вправо. В этом случае ответ будет 4,2.

В примере 6 при перемножении движок выдвигался влево. В этом случае ответ — двузначное число 16,5.

Для приобретения навыков в умножении и делении на шкале квадратов, а также в умножении с помощью обратной шкалы рекомендуется решить примеры, приведенные в разделах VI и VII. Отсутствие достаточных навыков замедляет темп работы, приводит к ошибкам.

IX. КОМБИНИРОВАННЫЕ ДЕЙСТВИЯ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ

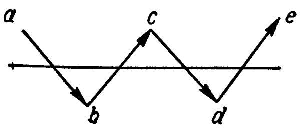
Часто возникает необходимость произвести комбинированные действия умножения и деления.

Примеры.

$$1)\ \frac{0{,}3 \times 0{,}5 \times 25}{0{,}06 \times 4{,}5} = 13{,}9.$$

В этом случае частное можно получить двояко:

а) путем деления 0,3 на 0,06 с последующим умножением результата на 0,5, затем делением на 4,5 и, наконец, умножением на 25. Это схематично можно выразить в следующем виде:



б) путем перемножения отдельно сомножителей числителя и отдельно сомножителей знаменателя с последующим делением числителя на знаменатель.

В последнем случае порядок частного определяется, как обычно, при делении двух чисел.

Первый способ позволяет несколько быстрее определить цифры частного; однако, как показывает практика, в этом случае тратится значительно больше времени на вычисление порядка частного. Во избежание ошибок рекомендуется прикидывать в уме порядок частного.

В том случае, если в числителе дроби на один сомножитель больше, чем в знаменателе, можно воспользоваться следующим правилом для определения порядка частного.

Порядок частного равен разности между суммой порядков сомножителей в числителе и суммой порядков сомножителей в знаменателе плюс столько единиц, сколько было перебросок конечного штриха движка на место начального, и минус столько единиц, сколько было перебросок начального движка на место конечного.

$$2)\ \frac{20 \times 40 \times 50 \times 18}{30 \times 90 \times 85} = 3{,}14$$

В этом случае порядок частного подсчитывается следующим образом: сумма порядков сомножителей в числителе равна 8; сумма порядков сомножителей в знаменателе равна 6; перебросок начального штриха движка на место конечного — одна; следовательно, порядок частного равен $8 - 6 - 1 = 1$, и ответ — однозначное число 3,14.

$$3)\ \frac{0{,}48 \times 19{,}3 \times 2{,}18}{32{,}6 \times 18{,}8} = 0{,}033.$$

При подсчете перебросок движка не было; в этом случае порядок частного равен разности между суммами порядков сомножителей в числителе и знаменателе, т. е.

$$N = 0 + 2 + 1 - (+2 + 2) = -1,$$

и ответ будет 0,033.

Примеры для упражнений:

$$1)\ \frac{12 \times 450}{40} = 135$$

$$2)\ \frac{15{,}5 \times 8{,}7}{5} = 27$$

$$3)\ \frac{63{,}6 \times 0{,}184}{0{,}3} = 39$$

$$4)\ \frac{0{,}25 \times 3 \times 20 \times 1{,}6}{0{,}75 \times 5 \times 8} = 0{,}8$$

$$5)\ \frac{0{,}5 \times 0{,}3 \times 6 \times 0{,}7}{1{,}1 \times 2{,}4} = 0{,}238$$

$$6)\ \frac{109{,}2 \times 0{,}0416 \times 0{,}632 \times 0{,}544}{0{,}00726 \times 14{,}32 \times 0{,}649} = 23{,}16$$

$$7)\ \frac{15{,}86 \times 0{,}00495 \times 630}{8{,}36 \times 0{,}0274 \times 5{,}6} = 38{,}5$$

$$8)\ \frac{13{,}6 \times 413 \times 105 \times 0{,}09}{3{,}8 \times 95 \times 54 \times 0{,}008} = 340$$

$$9)\ \frac{17 \times 37 \times 47 \times 20}{28 \times 90 \times 86} = 2{,}73$$

$$10)\ \frac{0{,}064 \times 0{,}052 \times 3400}{4900 \times 0{,}00079 \times 19} = 0{,}154$$

$$11)\ \frac{7{,}28 \times 53{,}6 \times 1{,}377}{22{,}2 \times 0{,}882} = 27{,}4$$

$$12)\ \frac{4{,}21 \times 1{,}117}{8{,}08 \times 0{,}312} = 1{,}955$$

$$13)\ \frac{15{,}65 \times 7{,}16}{4{,}29 \times 3{,}73} = 7$$

$$14)\ \frac{14{,}55 \times 9{,}04}{31{,}6 \times 2{,}33} = 1{,}785$$

$$15)\ \frac{2{,}17 \times 0{,}0983}{72{,}1 \times 0{,}87} = 0{,}0034$$

Все ответы рекомендуется проверить путем грубой «прикидки» результата в уме. Это делается так.

В примере 3 запишем дробь, округляя цифры, и, подсчитав, получим

$$\frac{65 \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{13 \cdot 3}{1} = 39.$$

Ответ — двузначное число.

В примере 9 запишем дробь, округляя цифры, и, подсчитав, получим

$$\frac{20 \times 40 \times 50 \times 20}{30 \times 90 \times 90} = 3{,}3.$$

Ответ — однозначное число.

В примере 11 дробь округленно запишем так:

$$\frac{7 \times 50 \times 2}{22 \times 1} = 32$$

Ответ — двузначное число.

В примере 12 запишем дробь, округляя цифры. Получим частное

$$\frac{4 \times 1}{8 \times \frac{1}{3}} = 1{,}5.$$

Ответ — однозначное число.

В примере 14 представим дробь в следующем виде:

$$\frac{15 \times 10}{30 \times 2} = 2{,}5.$$

Подсчитав, получаем частное, равное 2,5. Следовательно, ответ — однозначное число.

X. ВОЗВЕДЕНИЕ В КВАДРАТ

Шкала квадратов, как и основная шкала, расположена на корпусе линейки и прилегающей к ней верхней стороне движка. Внимательно рассмотрев шкалу квадратов, заметим, что она состоит из двух совершенно одинаковых шкал, из которых одна называется левой, другая — правой. Шкала квадратов состоит из двух шкал потому, что $\lg (a^2) = 2 \lg a$. Левая шкала начинается с 1 и кончается 10, правая начинается с 10 и кончается 100.

Мы не определяем цены делений этих шкал, учитывая, что об этом уже говорилось раньше и изучающий логарифмическую линейку разобрался в них.

При возведении чисел в квадрат, куб, извлечении квадратного и кубического корней, а также при нахождении логарифмов чисел движком не пользуются и все вычисления проводятся лишь с помощью бегунка. Поэтому движок можно вынуть из линейки и все вычисления вести без него.

Возведение чисел в квадрат очень просто.

Для того чтобы найти квадрат числа, необходимо отыскать это число на основной шкале, засечь его волоском и на шкале квадратов под волоском прочитать ответ.

Примеры.

$$1)\ 2^2 = 4.$$

Находим на основной шкале число *2*, засекаем его волоском. На шкале квадратов под волоском читаем квадрат числа: 4. Нахождение квадрата числа показано на рис. 13.

$$2)\ 7^2 = 49.$$

На основной шкале находим число *7*, засекаем его волоском. На шкале квадратов под волоском читаем ответ: 49.

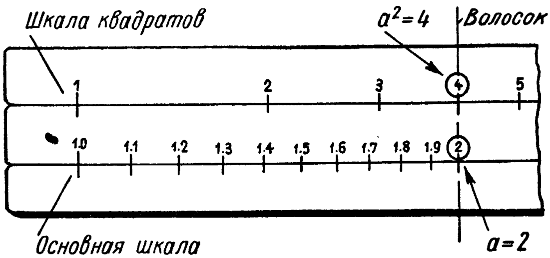


Рис. 13. Схема установки волоска при возведении чисел в квадрат

Заметим, что в первом примере мы читали ответ на левой шкале, во втором — на правой.

Для того чтобы определить порядок результата, т. е. число знаков в ответе, необходимо запомнить следующее правило.

Если квадрат числа читаем на левой шкале, то порядок квадрата равен удвоенному порядку возводимого в квадрат числа минус единица; если на правой, то порядок квадрата равен удвоенному порядку возводимого в квадрат числа.

Обозначая порядок квадрата через K, порядок числа, возводимого в квадрат, через n, запишем это правило в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} K_{лев.\ шк} &= 2n - 1; \\ K_{прав.\ шк} &= 2n. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Примеры для упражнений:

1) $5^2 = 25$	11) $0,5^2 = 0,25$
2) $25^2 = 625$	12) $6,2^2 = 38,44$
3) $12^2 = 144$	13) $1,4^2 = 1,96$
4) $60^2 = 3600$	14) $0,0003^2 = 0,00000009$
5) $2,3^2 = 5,29$	15) $0,008^2 = 0,000064$
6) $0,15^2 = 0,0225$	16) $151^2 = 22\,800$
7) $0,04^2 = 0,0016$	17) $22,54^2 = 508$
8) $52^2 = 2704$	18) $0,035^2 = 0,001225$
9) $180^2 = 32\,400$	19) $0,386^2 = 0,149$
10) $3,1^2 = 9,61$	20) $263^2 = 69\,200$

В примере 1 квадрат числа читаем по правой шкале.

Порядок числа 5 равен $n = +1$. Поскольку квадрат числа находится на правой шкале, то порядок квадрата $K = 2n = 2\,(+1) = 2$, т. е. ответ — двузначное число 25.

В примере 6 квадрат числа находим по левой шкале. Порядок числа 0,15 равен $n = 0$. Следовательно, порядок квадрата

$$K = 2n - 1 = 2 \cdot 0 - 1 = -1,$$

и квадрат числа равен 0,0225.

В примере 9 порядок числа 180 равен $n = +3$, квадрат числа читается по левой шкале. Следовательно, порядок квадрата

$$K = 2n - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = +5,$$

и квадрат числа равен 32 400.

В примере 15 порядок числа 0,008 равен $n = -2$. Квадрат числа находим на правой шкале. Следовательно, порядок квадрата

$$K = 2n = 2\,(-2) = -4,$$

и квадрат числа равен 0,000064.

При возведении числа в квадрат (в куб) полезно воспользоваться табличкой, систематизирующей труд и облегчающей выработку навыков (табл. 7).

Таблица 7

Число	Порядок чисел	Шкала квадратов		Определение порядка квадрата	Ответ	
					Читаемые цифры	Количество нулей, добавляемых в соответствии с порядком квадрата
7	+1		Правая	$2n = 2 \times 1 = 2$	49	—
2,57	+1	Левая		$2n - 1 = 2 \times 1 - 1 = 1$	6,6	—
190,5	+3	Левая		$2n - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$	363	00
8 530	+4		Правая	$2n = 2 \times 4 = 8$	728	00000
85 300	+5		Правая	$2n = 2 \times 5 = 10$	728	0000000
0,07	−1		Правая	$2n = 2\,(-1) = -2$	0,0049	
0,007	−2		Правая	$2n = 2\,(-2) = -4$	0,000049	
0,7	0		Правая	$2n = 2 \cdot 0 = 0$	0,49	
0,12	0	Левая		$2n - 1 = 2 \times 0 - 1 = -1$	0,0144	
0,06	−1		Правая	$2n = 2\,(-1) = -2$	0,0036	
0,003	−2	Левая		$2n - 1 = 2\,(-2) - 1 = -5$	0,000009	

XI. ИЗВЛЕЧЕНИЕ КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Известно, что прежде, чем извлечь квадратный корень, надо разбить подкоренное число на грани, по два знака в каждой. Если подкоренное число больше единицы, то разбиваем на грани целую часть числа справа налево, а если подкоренное число меньше единицы, — то слева направо, считая от запятой.

Для того чтобы извлечь квадратный корень, необходимо найти число на шкале квадратов, засечь его волоском и прочитать значение корня под волоском на основной шкале.

При извлечении квадратного корня движком также не пользуемся, и все вычисления ведем только с помощью бегунка — волоска.

Поскольку шкала квадратов состоит из двух шкал, возникает вопрос, по какой шкале извлекать квадратный корень, по левой или по правой.

Квадратный корень извлекается по левой шкале в том случае, когда левая крайняя грань подкоренного числа неполная, т. е. имеет одну цифру, или если число однозначное, или если в числах, меньших единицы, в первой значащей грани одна цифра. В приводимых примерах квадратные корни извлекаются по левой шкале:

$$\sqrt{6'25},\quad \sqrt{3'61},\quad \sqrt{6},\quad \sqrt{0{,}00'04},\quad \sqrt{0{,}00'00'09}.$$

Если левая крайняя грань полная, состоит из двух цифр, или число двузначное, или если число меньше единицы, и его первая значащая грань имеет две цифры, то извлечение квадратного корня проводится по правой шкале.

Например:

$$\sqrt{36},\quad \sqrt{25'00},\quad \sqrt{0{,}81},\quad \sqrt{0{,}00'40},\quad \sqrt{0{,}00'00'90}$$

нужно извлекать по правой шкале, так как левые крайние грани подкоренных чисел — полные, имеют по две цифры.

Для наглядности приводим ряд примеров, показывающих, как определить, по какой из шкал надо извлекать квадратный корень.

$\sqrt{9{,}0} = 3$ — в грани одна цифра, извлекаем по левой шкале

$\sqrt{90} = 9{,}49$ — в грани две цифры, извлекаем по правой шкале

$\sqrt{9'00} = 30$ — по левой шкале

$\sqrt{90'00{,}0} = 94{,}9$ — по правой шкале

$\sqrt{9'00'00{,}0} = 300$ — по левой шкале

$\sqrt{0{,}90} = 0{,}949$ — по правой шкале

$\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$ — по левой шкале

$\sqrt{0{,}00'90} = 0{,}0949$ — по правой шкале

$\sqrt{0{,}00'09} = 0{,}03$ — по левой шкале

$\sqrt{0{,}00'00'90} = 0{,}00949$ — по правой шкале

$\sqrt{0{,}00'00'09} = 0{,}003$ — по левой шкале

Для приобретения навыков в отыскании квадратов и кубов чисел, а также в извлечении квадратных и кубических корней необходимо упражняться, для чего приводим таблицу квадратов и кубов чисел, квадратных и кубических корней (табл. 8).

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	1	1	1,0000	1,0000
2	4	8	1,4142	1,2599
3	9	27	1,7321	1,4422
4	16	64	2,0000	1,5874
5	25	125	2,2361	1,7100
6	36	216	2,4495	1,8171
7	49	343	2,6458	1,9129
8	64	512	2,8284	2,0000
9	81	729	3,0000	2,0801
30	900	27 000	5,4772	3,1072
31	961	29 791	5,5678	3,1414
32	1024	32 768	5,6569	3,1748
33	1089	35 937	5,7446	3,2075
34	1156	39 304	5,8310	3,2396
35	1225	42 875	5,9161	3,2711
36	1296	46 656	6,0000	3,3019
37	1369	50 653	6,0828	3,3322
38	1444	54 872	6,1644	3,3620
39	1521	59 319	6,2450	3,3912
60	3600	216 000	7,7460	3,9149
61	3721	226 981	7,8102	3,9365
62	3844	238 328	7,8740	3,9579
63	3969	250 047	7,9373	3,9791
64	4096	262 144	8,0000	4,0000
65	4225	274 625	8,0623	4,0207
66	4356	287 496	8,1240	4,0412
67	4489	300 763	8,1854	4,0615
68	4624	314 432	8,2462	4,0817
69	4761	328 509	8,3066	4,1016

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
90	8 100	729 000	9,4868	4,4814
91	8 281	753 571	9,5394	4,4979
92	8 464	778 688	9,5917	4,5144
93	8 649	804 357	9,6437	4,5307
94	8 836	830 584	9,6954	4,5468
95	9 025	857 375	9,7468	4,5629
96	9 216	884 736	9,7980	4,5789
97	9 409	912 673	9,8489	4,5947
98	9 604	941 192	9,8995	4,6104
99	9 801	970 299	9,9499	4,6261
130	16 900	2 197 000	11,4018	5,0658
131	17 161	2 248 091	11,4455	5,0788
132	17 424	2 299 968	11,4891	5,0916
133	17 689	2 352 637	11,5326	5,1045
134	17 956	2 406 104	11,5758	5,1172
135	18 225	2 460 375	11,6190	5,1299
136	18 496	2 515 456	11,6619	5,1426
137	18 769	2 571 353	11,7047	5,1551
138	19 044	2,628 072	11,7473	5,1676
139	19 321	2,685 619	11,7898	5,1801
150	22 500	3 375 000	12,2474	5,3133

Порядок квадратного корня равен числу граней в целой части числа, если подкоренное число больше единицы, и числу чисто нулевых граней со знаком минус, если подкоренное число меньше единицы.

Примеры.

$$1)\ \sqrt{36} = 6.$$

В этом случае имеется одна грань, следовательно, ответ однозначное число, так как порядок корня равен числу граней. Извлечение корня ведем по правой шкале, потому что в грани две цифры, грань полная.

Извлечение квадратного корня из 36 показано на рис. 14.

$$2)\ \sqrt{49'\,00} = 70.$$

В этом случае имеются две грани, следоьательно, ответ будет двузначным числом, так как порядок корня равен числу граней. Извлечение корня ведем по правой шкале.

$$3)\ \sqrt{1'44} = 12.$$

В этом случае имеются также две грани, причем левая грань неполная. Ответ будет двузначным числом, и то обстоятельство, что одна грань неполная, в данном случае значения не имеет. Извлечение корня ведем по левой шкале.

$$4)\ \sqrt{25'00'00} = 500.$$

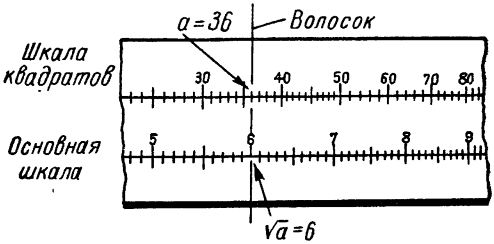


Рис. 14. Схема установки волоска при извлечении квадратного корня

Здесь три грани, следовательно, порядок корня равен трем, ответ — трехзначное число. Извлечение корня ведем по правой шкале.

$$5)\ \sqrt{0{,}00'04} = 0{,}02.$$

В этом случае порядок корня равен —1, так как имеем одну чисто нулевую грань. Извлечение корня ведем по левой шкале.

$$6)\ \sqrt{0{,}00'00'25} = 0{,}005.$$

В этом случае порядок корня равен —2, так как имеем две чисто нулевых грани. Извлечение корня ведем по правой шкале.

Примеры для упражнений:

1) $\sqrt{169} = 13$	11) $\sqrt{0{,}0002} = 0{,}01415$
2) $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$	12) $\sqrt{4225} = 65$
3) $\sqrt{0{,}0016} = 0{,}04$	13) $\sqrt{36000} = 189{,}8$
4) $\sqrt{8100} = 90$	14) $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$
5) $\sqrt{490000} = 700$	15) $\sqrt{20{,}25} = 4{,}5$
6) $\sqrt{0{,}000036} = 0{,}006$	16) $\sqrt{1110} = 33{,}3$
7) $\sqrt{0{,}0004} = 0{,}02$	17) $\sqrt{6{,}22} = 2{,}49$
8) $\sqrt{0{,}0625} = 0{,}25$	18) $\sqrt{0{,}1421} = 0{,}377$
9) $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$	19) $\sqrt{541} = 23{,}26$
10) $\sqrt{0{,}4} = 0{,}632$	20) $\sqrt{142100} = 377$

В примере 1 две грани, причем одна неполная; порядок корня равен 2. Извлечение корня ведем по левой шкале, так как в левой крайней грани всего одна цифра.

В примере 2 чисто нулевых граней нет, следовательно, порядок корня р́авен нулю. Левая грань неполная, имеет одну цифру. Извлечение корня ведем по левой шкале.

В примере 6 чисто нулевых граней две, следовательно, порядок корня равен —2. Первая значащая грань после нулевых граней полная, состоит из двух цифр. Извлечение корня ведем по правой шкале.

В примере 14 в целой части числа одна неполная грань, ответ — однозначное число. Извлечение корня ведем по левой шкале.

XII. ВОЗВЕДЕНИЕ В КУБ

Шкала кубов расположена сверху корпуса линейки и состоит из трех равных шкал: левой, средней и правой. Это объясняется тем, что $\lg (a^3) = 3 \lg a$.

Возведение в куб производится так же, как и возведение в квадрат; движком не пользуются.

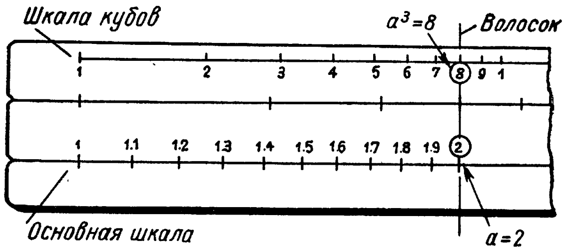


Рис. 15. Схема установки волоска прн возведении чисел в куб

Для того чтобы возвести число в куб, находят его на основной шкале линейки, засекают волоском и на шкале кубов под волоском читают ответ.

Примеры.

$$1)\ 2^3 = 8.$$

Находим цифру 2 на основной шкале, засекаем ее волоском; на левой шкале кубов читаем под волоском ответ: 8. Нахождение куба числа показано на рис. 15.

$$2)\ 4^3 = 64.$$

В этом случае куб числа читаем на средней шкале.

$$3)\ 5^3 = 125.$$

В этом случае куб числа читаем на правой шкале.

Для того чтобы быстро определить порядок результата, т. е. число знаков в ответе, запомним следующее правило.

Если куб числа читаем по левой шкале, то порядок куба равен утроенному порядку возводимого в куб числа минус 2; если по средней — утроенному порядку возводимого в куб числа минус 1, и, наконец, если *куб числа находится по правой шкале, то порядок куба равен утроенному порядку возводимого в куб числа.*

Обозначив порядок куба через L, а порядок возводимого в куб числа через n, можем записать это правило в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} L_{лев.\ шк} &= 3n - 2; \\ L_{сред.\ шк} &= 3n - 1; \\ L_{прав.\ шк} &= 3n \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Примеры для упражнений:

1) $3^3 = 27$
2) $6^3 = 216$
3) $15^3 = 3375$
4) $400^3 = 64\,000\,000$
5) $0{,}7^3 = 0{,}343$
6) $0{,}08^3 = 0{,}000512$
7) $3{,}9^3 = 59{,}3$
8) $1{,}9^3 = 6{,}86$
9) $0{,}0415^3 = 0{,}0000715$
10) $0{,}0014^3 = 0{,}00000000274$
11) $1952^3 = 7\,440\,000\,000$
12) $0{,}245^3 = 0{,}0147$
13) $0{,}029^3 = 0{,}0000244$
14) $65^3 = 275\,000$
15) $726^3 = 383\,000\,000$
16) $0{,}151^3 = 0{,}00344$
17) $0{,}255^3 = 0{,}0166$
18) $9{,}59^3 = 882$
19) $4{,}29^3 = 79$
20) $0{,}0717^3 = 0{,}000369$

В примере 3 куб числа читаем по левой шкале. Порядок возводимого в куб числа равен $n = +2$, следовательно, порядок куба равен

$$L_{лев.\ шк} = 3n - 2 = 3(+2) - 2 = +4;$$

куб числа представляет собой четырехзначное число 3375.

В примере 5 куб числа читаем по правой шкале. Порядок возводимого в куб числа $n = 0$ и, следовательно, порядок куба

$$L_{прав.\ шк} = 3n = 3 \cdot 0 = 0;$$

ответ: 0,343.

В примере 10 куб числа читаем по левой шкале. Порядок возводимого в куб числа равен $n = -2$; следовательно, порядок куба

$$L_{лев.\ шк} = 3n - 2 = 3(-2) - 2 = -8,$$

и куб числа равен 0,00000000274.

XIII. ИЗВЛЕЧЕНИЕ КУБИЧЕСКОГО КОРНЯ

Прежде, чем извлечь кубический корень, разбиваем подкоренное число на грани, по три знака в каждой. Если подкоренное число больше единицы, то разбиваем на грани целую часть числа справа налево. Если подкоренное число меньше единицы, разбиваем на грани слева направо, считая от запятой. При извлечении кубического корня движком также не пользуемся, и все вычисления ведем только с помощью бегунка-волоска.

Для того чтобы извлечь кубический корень, необходимо найти подкоренное число на шкале кубов, засечь его волоском и на основной шкале линейки под волоском прочитать значение корня.

Поскольку шкала кубов состоит из трех шкал, то так же, как и при извлечении квадратного корня, возникает вопрос, по какой из трех шкал следует вести извлечение кубического корня.

Кубический корень извлекаем по левой шкале, когда число однозначное или в левой крайней значащей грани одна цифра, например:

$$\sqrt[3]{8}, \quad \sqrt[3]{0{,}005}, \quad \sqrt[3]{0{,}000'\,001'\,2}, \quad \sqrt[3]{9{,}261}.$$

Кубический корень извлекаем по средней шкале, когда число двузначное или в левой крайней значащей грани две цифры, например:

$$\sqrt[3]{84}, \quad \sqrt[3]{0{,}015}, \quad \sqrt[3]{68'\,921}, \quad \sqrt[3]{0{,}027}.$$

И, наконец, *кубический корень извлекаем по правой шкале*, когда число трехзначное или левая крайняя значащая грань полная, т. е. имеет три цифры, например:

$$\sqrt[3]{125}, \quad \sqrt[3]{343'\,000}, \quad \sqrt[3]{0{,}358}, \quad \sqrt[3]{0{,}000'593}.$$

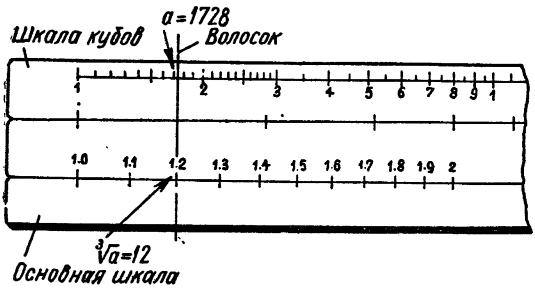


Рис. 16. Схема установки волоска при извлечении кубического корня

Порядок кубического корня равен числу граней в целой части подкоренного числа, если подкоренное число больше единицы, и числу чисто нулевых граней со знаком минус, если подкоренное число меньше единицы.

Примеры.

$$1)\ \sqrt[3]{1'\,728} = 12.$$

Имеются две грани, следовательно, порядок корня равен $+2$ и корень — двузначное число. Поскольку в левой крайней грани одна цифра, извлечение кубического корня ведем по левой шкале. Извлечение кубического корня из 1728 показано на рис. 16.

$$2)\ \sqrt[3]{125} = 5.$$

Имеется одна полная грань, следовательно, извлечение корня ведем по правой шкале; порядок корня равен $+1$, корень — однозначное число 5.

$$3)\ \sqrt[3]{68'\,921} = 41.$$

В данном случае имеем две грани, из которых одна неполная. Ответ — двузначное число, и то обстоятельство, что одна грань неполная в данном случае значения не имеет. Извлечение корня ведем по средней шкале.

$$4)\ \sqrt[3]{8} = 2.$$

Имеем одну неполную грань, следовательно, порядок корня равен +1; корень — однозначное число 2. Извлечение корня ведем по левой шкале.

$$5)\ \sqrt[3]{0{,}216} = 0{,}6.$$

В подкоренном числе нет чисто нулевых граней (число их равно нулю); следовательно, и порядок корня равен нулю. Извлечение корня ведем по правой шкале, так как грань полная, содержит три цифры.

$$6)\ \sqrt[3]{0{,}000'\,512} = 0{,}08.$$

В этом примере имеем одну чисто нулевую грань; следовательно, порядок корня равен —1. Извлечение корня ведем по правой шкале, так как первая значащая грань полная, имеет три цифры.

Примеры для упражнений:

1) $\sqrt[3]{729} = 9$	11) $\sqrt[3]{6} = 1{,}818$
2) $\sqrt[3]{1331} = 11$	12) $\sqrt[3]{593\,000\,000} = 840$
3) $\sqrt[3]{27\,000} = 30$	13) $\sqrt[3]{1\,092\,727} = 103$
4) $\sqrt[3]{125\,000} = 50$	14) $\sqrt[3]{0{,}000729} = 0{,}09$
5) $\sqrt[3]{55} = 3{,}8$	15) $\sqrt[3]{0{,}006859} = 0{,}19$
6) $\sqrt[3]{0{,}343} = 0{,}7$	16) $\sqrt[3]{23{,}8} = 2{,}88$
7) $\sqrt[3]{0{,}000031} = 0{,}0314$	17) $\sqrt[3]{0{,}482} = 0{,}784$
8) $\sqrt[3]{0{,}000008} = 0{,}02$	18) $\sqrt[3]{4} = 1{,}59$
9) $\sqrt[3]{0{,}0715} = 0{,}415$	19) $\sqrt[3]{0{,}01083} = 0{,}221$
10) $\sqrt[3]{0{,}00000262} = 0{,}0138$	20) $\sqrt[3]{0{,}00697} = 0{,}191$

В примере 3 подкоренное число содержит две грани, следовательно, порядок корня равен +2, и корень — двузначное число. Извлечение кубического корня ведем по средней шкале, так как в левой крайней грани две цифры.

В примере 8 подкоренное число содержит одну чисто нулевую грань, следовательно, порядок корня равен —1. Извлечение кубического корня ведем по левой шкале, так как в левой крайней значащей грани всего одна цифра.

В примере 12 подкоренное число содержит три грани, следовательно, порядок корня равен +3. Извлечение корня ведем по правой шкале, так как в левой крайней грани три цифры, следовательно, она полная.

В примере 15 чисто нулевых граней нет, следовательно, порядок корня равен нулю. Извлечение кубического корня ведем по левой шкале, так как в левой значащей грани всего одна цифра.

В примере 18 порядок корня равен единице, так как подкоренное число имеет одну неполную грань. Извлечение ведем по левой шкале, так как в подкоренном числе всего одна цифра.

XIV. ЛОГАРИФМЫ ЧИСЕЛ

Логарифмирование. Шкала мантисс логарифмов находится внизу корпуса линейки. Она равномерная. Цену ее делений мы уже определили: она равна двум (см. стр. 11).

Для того чтобы найти десятичный логарифм числа, находят это число на основной шкале линейки, засекают его волоском, а на шкале логарифмов читают мантиссу числа и приписывают спереди соответствующую характеристику.

Как известно, логарифм числа выражается обычно в виде десятичной дроби, причем целое число дроби называется характеристикой, а дробная часть — мантиссой логарифма.

Характеристика чисел, которые больше единицы, положительна и равна числу знаков в целой части числа минус единица, например:

$$\lg 2000 = 3{,}301,$$

где 3 — характеристика и 301 — мантисса логарифма.

Характеристика равна трем потому, что в числе 2000 четыре знака, а $4 - 1 = 3$.

Характеристика чисел меньше единицы отрицательна и содержит столько отрицательных единиц, сколько нулей стоит перед первой значащей цифрой числа, включая и нуль целых, например:

$$0{,}0009 = \bar{4}{,}954,$$

$$0{,}00324 = \bar{3}{,}510.$$

При вычислении логарифмов чисел, а также при нахождении числа по его логарифму движком не пользуемся и вычисления ведем только с помощью бегунка-волоска.

Например: найти $\lg 6$.

Находим на основной шкале цифру 6, засекаем ее волоском и на шкале логарифмов, под волоском, читаем мантиссу: 778. Характеристика нуль. Следовательно, $\lg 6 = 0{,}778$. Нахождение десятичных логарифмов чисел показано на рис. 17.

Примеры для упражнений:

1) $\lg 6{,}62 = 0{,}821$	6) $\lg 0{,}0437 = \bar{2}{,}641$
2) $\lg 15 = 1{,}176$	7) $\lg 1200 = 3{,}079$
3) $\lg 0{,}47 = \bar{1}{,}672$	8) $\lg 26 = 1{,}415$
4) $\lg 300 = 2{,}477$	9) $\lg 0{,}006 = \bar{3}{,}778$
5) $\lg 7{,}15 = 0{,}854$	10) $\lg 3{,}29 = 0{,}517$

Напомним, что по шкале мантисс логарифмов находят десятичные логарифмы чисел. Для перехода от десятичных логарифмов к натуральным (основание которых $e = 2{,}7183$) умножают десятичный логарифм на модуль перехода 2,3026 или делят на модуль перехода 0,4343.

Если надо перейти от натуральных логарифмов к десятичным, то пользуются этими же модулями, умножая натуральный логарифм на 0,4343 или деля его на 2,3026. Например:

1) $\ln 0,21 = 2,3 \cdot \bar{1},322 = 2,3\,(-0,678) =$
$= -1,56$
2) $\ln 5 = 2,3 \cdot 0,699 = 1,63$
3) $\lg 2 = 0,301;\ \ln 2 = 0,693$
4) $\lg 5,5 = 0,740;\ \ln 5,5 = 1,705$
5) $\lg 35,6 = 1,551;\ \ln 35,6 = 3,57$
6) $\lg 44,7 = 1,651;\ \ln 44,7 = 3,8$
7) $\lg 1,462 = 0,165;\ \ln 1,462 = 0,38$
8) $\lg\ 1,0387 = 0,0165;\quad \ln\ 1,0387 =$
$= 0,038$

Потенцирование. *Для того чтобы найти число по его десятичному логарифму, находят на шкале логарифмов мантиссу числа, засекают ее волоском, а на основной шкале, под волоском, читают само число, отделяя необходимое количество знаков в соответствии с характеристикой данного логарифма.*

Например, требуется найти число, зная, что его логарифм равен 2,322.

Находим на шкале логарифмов мантиссу 322, засекаем ее волоском и на основной шкале под волоском читаем число 21. Характеристика 2. Следовательно, число, соответствующее логарифму 2,322, имеет три знака и равно 210.

Примеры для упражнений:

1) $\lg N = 0,519;\ N = 3,3$
2) $\lg N = 1,895;\ N = 78,6$
3) $\lg N = 2,344;\ N = 221$
4) $\lg N = 0,838;\ N = 6,89$
5) $\lg N = 1,076;\ N = 11,9$
6) $\lg N = \bar{1},534;\ N = 0,342$
7) $\lg N = 0,602;\ N = 4$
8) $\lg N = 4,398;\ N = 25\,000$
9) $\lg N = 0,511;\ N = 3,24$
10) $\lg N = \bar{2},310;\ N = 0,0204$

Возведение чисел в любую степень и извлечение корней с любыми показателями. При помощи шкалы мантисс логарифмов производится возведение чисел в любую степень, а также извлечение корней. Напомним, что любой логарифм с отрицательной характеристикой и положительной мантиссой можно представить в виде отрицательной десятичной дроби.

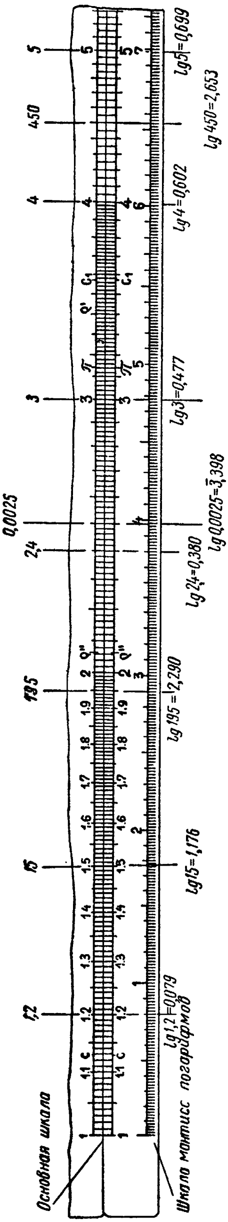


Рис. 17. Схема нахождения мантисс десятичных логарифмов чисел

Для этого к положительной мантиссе прибавляют отрицательную единицу, а к отрицательной характеристике — положительную единицу, например:

$$\bar{5},648 = \overset{+1-1}{\bar{5},648} = -4,352.$$

Это нужно иметь в виду, решая некоторые из приводимых ниже примеров.

Примеры возведения в степень.

$$1)\ x = 4,5^{0,8}.$$

Логарифмируя обе части равенства, получаем

$$\lg x = 0,8 \cdot \lg 4,5.$$

Находим на основной шкале линейки 4,5 и засекаем волоском. На шкале логарифмов под волоском читаем $\lg 4,5 = 0,653$. Умножая, как обычно, $0,8 \times 0,653$, имеем

$$\lg x = 0,522.$$

Теперь, зная $\lg x = 0,522$, определяем x, для чего находим мантиссу 522 на шкале логарифмов, засекаем ее волоском и на основной шкале линейки под волоском читаем значение $x = 3,32$, так как характеристика логарифма равна нулю.

$$2)\ x = 8,33^{2,45}.$$

Логарифмируя, получаем

$$\lg x = 2,45 \cdot \lg 8,33$$

и тем же способом находим ответ: $x = 180$.

Примеры для упражнений:

1) $x = 3^{0,6}$; $x = 1,935$
2) $x = 15,1^{2,1}$; $x = 300,6$
3) $x = 6,4^{3,2}$; $x = 380$
4) $x = 5,6^{0,4}$; $x = 1,99$
5) $x = 2,67^{1,55}$; $x = 4,59$
6) $x = 2,57^{0,344}$; $x = 1,38$
7) $x = 1,94^{1,42}$; $x = 2,56$
8) $x = 4,63^{3,36}$; $x = 173$
9) $x = 0,868^{5,12}$; $x = 0,484$
10) $x = 1,27^{2,57}$; $x = 1,848$
11) $x = 1,61^{4,63}$; $x = 9,1$
12) $x = 1,92^{4,32}$; $x = 16,7$
13) $x = 0,692^{2,62}$; $x = 0,382$
14) $x = 0,692^{-2,62}$; $x = 2,62$
15) $x = 3,35^{2,76}$; $x = 28,2$
16) $x = 2^{-0,8}$; $x = 0,575$

В примере 1, логарифмируя обе части равенства $x = 3^{0,6}$, имеем

$$\lg x = 0,6 \cdot \lg 3.$$

Засекая на основной шкале линейки цифру 3, на шкале логарифмов читаем мантиссу 477 и в соответствии со значностью находим: $\lg 3 = 0,477$. Перемножая, получаем

$$\lg x = 0,6 \times 0,477 = 0,286.$$

Зная $\lg x = 0,286$, определяем x, для чего на шкале мантисс логарифмов находим мантиссу 286, засекаем ее волоском и на основной шкале читаем цифры 1 — 9 — 3 — 5. Поскольку характеристика логарифма 0,286 равна нулю, ответ — однозначное число 1,935.

В примере 9, логарифмируя обе части равенства $x = 0{,}868^{5{,}12}$, имеем

$$\lg x = 5{,}12 \cdot \lg 0{,}868 = 5{,}12 \cdot \bar{1}{,}939 = 5{,}12 \cdot (-0{,}061) = -0{,}315 = \bar{1}{,}685.$$

Зная, что $\lg x = \bar{1}{,}685$, определяем $x = 0{,}484$.

Примеры извлечения корней.

$$1)\ x = \sqrt[5]{243}.$$

Логарифмируя, получаем

$$\lg x = \frac{1}{5} \lg 243.$$

Находим на основной шкале линейки 243 и, засекая волоском, читаем на шкале мантисс логарифмов под волоском мантиссу 386. Найдя $\lg 243 = 2{,}386$, делим его на 5, пользуясь для этого основной шкалой, и получаем, что $\lg x = 0{,}477$.

Зная $\lg x = 0{,}477$, определяем x, для чего находим на шкале логарифмов мантиссу 477, засекаем ее волоском и на основной шкале под волоском читаем значение $x = 3{,}00$, так как характеристика логарифма равна нулю.

$$2)\ x = \sqrt[7]{78\,125}$$

Логарифмируя, получаем

$$\lg x = \frac{1}{7} \lg 78\,125;$$

тем же способом, что и в предыдущем примере, определяем $x = 5$.

Примеры для упражнений:

1) $x = \sqrt[7]{128} = 2$
2) $x = \sqrt[9]{0{,}06432} = 0{,}737$
3) $x = \sqrt[3{,}7]{137} = 3{,}78$
4) $x = \sqrt[8]{6561} = 3$
5) $x = \sqrt[6]{262\,144} = 8$
6) $x = \sqrt[4]{2401} = 7$
7) $x = \sqrt[5]{32\,768} = 8$
8) $x = \sqrt[6{,}23]{18{,}47} = 1{,}595$
9) $x = \sqrt[4{,}37]{46{,}5} = 2{,}41$
10) $x = \sqrt[4{,}4]{23} = 2{,}04$
11) $x = \sqrt[1{,}65]{75} = 13{,}6$
12) $x = \sqrt[2{,}45]{1{,}645} = 1{,}226$
13) $x = \sqrt[0{,}795]{28{,}3} = 67$
14) $x = \sqrt[7{,}7]{21} = 1{,}485$
15) $x = \sqrt[3{,}58]{744} = 6{,}35$
16) $x = \sqrt[4{,}28]{6002} = 7{,}62$

В примере 8, логарифмируя обе части равенства, имеем

$$\lg x = \frac{\lg 18{,}47}{6{,}23} = \frac{1{,}266}{6{,}23} = 0{,}204.$$

Зная $\lg x = 0{,}204$, определяем x, для чего находим на шкале мантисс логарифмов мантиссу 204, засекаем ее волоском и на основной шкале под волоском читаем значение x. С учетом характеристики логарифма ответ будет 1,595.

В примере 9, логарифмируя обе части равенства, имеем

$$\lg x = \frac{\lg 46{,}5}{4{,}37} = \frac{1{,}667}{4{,}37} = 0{,}381.$$

Зная $\lg x = 0{,}381$, находим значение x, для чего на шкале мантисс логарифмов засекаем волоском мантиссу 381, а на основной шкале с учетом имеющейся характеристики читаем значение $x = 2{,}41$.

XV. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Как уже было сказано в начале брошюры, тригонометрические шкалы нанесены на оборотной стороне движка. Верхняя шкала — шкала синусов от 5° 44′ до 90°, средняя — шкала синусов и тангенсов малых углов от 0° 34′ до 5° 44′, и, наконец, нижняя — шкала тангенсов от 5° 44′ до 45°.

Нахождение тригонометрических функций при помощи логарифмической линейки можно производить двумя способами: без перевертывания движка оборотной стороной (через вырезы, имеющиеся на обороте логарифмической линейки) и путем перевертывания движка оборотной стороной так, чтобы тригонометрические шкалы были на лицевой стороне линейки.

На оборотной стороне лииейки имеются два выреза: слева и справа. В правом вырезе мы видим деления шкалы синусов (sin) и синусов и тангенсов малых углов (S и T). В левом вырезе видны деления шкалы синусов (sin) и тангенсов (Tg). В правом вырезе сверху и снизу на корпусе линейки нанесено по черточке, в левом вырезе — также две черточки. Это так называемые риски, заменяющие волосок и обеспечивающие более точную установку и чтение цифр на шкалах. На рис. 18 показаны эти вырезы на оборотной стороне линейки.

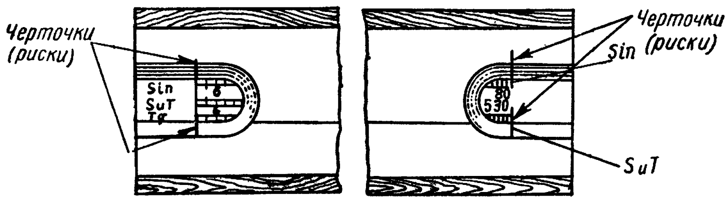


Рис. 18. Вырезы на оборотной стороне логарифмической линейки для нахождения значений тригонометрических величин без перевертывания движка

Для быстроты и точности подсчетов необходимо хорошо усвоить цену делений тригонометрических шкал.

Внимательно рассмотрев шкалу sin, замечаем, что она содержит углы от 5° 44′ до 90°. Цена делений меняется резко. Так, в отрезке от 5° 45′ до 10° каждый градус разделен на 6 крупных делений, из которых каждое, в свою очередь, разделено еще на 2. Таким образом, цена деления каждого малого отрезка равна 1° : 12 = 60′ : 12 = 5′, а более крупного 10′.

В отрезке	от	10	до	20°	цена	делений	10′
»	»	» 20	»	40°	»	»	20′
»	»	» 40	»	60°	»	»	30′
»	»	» 60	»	80°	»	»	1°
»	»	» 80	»	90°			

всего три деления, соответствующие 82°, 84° и 86°.

Шкала S и T содержит углы от 0° 34′ до 5° 44′ и имеет следующую цену делений:

В отрезке	от 0° 34′	до 3°	. . . .	1′
»	»	» 3 » 5°	. . . .	2′
»	»	» 5 » 5° 40′	. . . .	5′

Шкала Tg содержит углы от 5° 44′ до 45°. Цена ее делений следующая:

В отрезке	от 5° 45′	до 20°	. . . .	5′
»	»	» 20 « 45°	. . . .	10′

Напомним некоторые формулы приведения, известные из школьного курса тригонометрии, которые потребуются в процессе работы:

$$\sin\alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}; \quad \cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha};$$

$$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha); \quad \operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{tg}(90° - \alpha).$$

Нахождение значения синуса по его углу. *Для того чтобы определить, например, значение* sin 30°, *находим на шкале синусов цифру 30, соответствующую 30° и подводим ее под черточку (риску) на корпусе линейки. После этого перевертываем линейку лицевой стороной и находим число на основной шкале движка, стоящее против конца основной шкалы корпуса линейки, — цифру 5. Зная, что значение синусов углов не может быть больше единицы, имеем*

$$\sin 30° = 0{,}5.$$

Поскольку $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$, то при установке для нахождения значения синуса угла конец движка одновременно показывает на основной шкале значение косеканса этого угла. В нашем случае cosec 30° = 2.

Порядок результата при вычислении синуса по шкале синусов равен нулю.

Найти sin 63° 30′. Перевернув линейку обратной стороной, находим на шкале синусов 63° 30′ и подводим это деление под черточку на корпусе. Затем, перевернув линейку лицевой стороной, находим значение sin 63° 30′ на основной шкале движка и против конца основной шкалы линейки читаем 8—9—5. Следовательно, sin 63° 30′ = 0,895. Нахождение sin 63° 30′ показано на рис. 19.

Примеры для упражнений:

1) sin 45° = 0,707
2) sin 22° = 0,375
3) sin 51° = 0,777
4) sin 9° 30′ = 0,165
5) sin 8° 25′ = 0,146
6) sin 80° = 0,985
7) sin 14° 10′ = 0,245
8) sin 132° = 0,743
9) sin 300° = —0,866
10) sin 202° 30′ = —0,383

11) cosec 27° = 2,2	16) sin 34° 45′ = 0,570
12) cosec 49° = 1,325	17) sin 60° 10′ = 0,868
13) cosec 4° = 14,33	18) sin 42° 27′ = 0,675
14) sin 27° = 0,454	19) sin 66° 26′ = 0,917
15) sin 17° 25′ = 0,299	20) sin 24° 15′ = 0,410

В примере 4 сначала находим sin 9°, затем смотрим, на сколько делений разделен промежуток в один градус, т. е. от 9 до 10°. Видим, что он разделен на двенадцать частей, т. е. каждая часть соответствует 60′ : 12 = 5′; зная это, можно найти sin 9° 30′.

В примере 8 нужно найти sin 132°. Известно, что sin 132° = = sin (180° — 132°) = sin 48°. Теперь, устанавливая шкалу синусов с пометкой 48° против черточки на корпусе в правом вырезе, перевертываем линейку лицевой стороной и читаем значение sin 48°, которое равно 0,743.

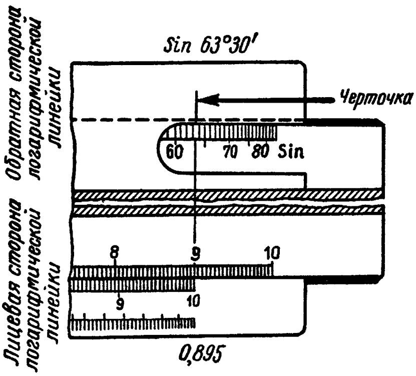


Рис. 19. Установка движка при нахождении значений тригонометрических функций без перевертывания движка

В примере 9 находим sin 300°. Зная, что sin 300°= = — sin (360° — 300°) = = —sin 60°, находим —sin 60°, который равен —0,866.

Нахождение значения косинуса по его углу. *Нахождение косинусов углов производится через синусы дополнительных углов.* Например: найти cos 35°.

По формулам преобразований тригонометрических функций имеем:

cos 35°=sin(90°—35°)=sin55°.

Находим sin 55°; он равен 0,819.

Примеры для упражнений:

1) cos 15° = 0,966	6) cos 132° = —0,743
2) cos 40° 30′ = 0,760	7) cos 147° = —0,839
3) cos 72° 50′ = 0,296	8) cos 10° 30′ = 0,983
4) cos 61° = 0,485	9) cos 31° 5′ = 0,856
5) cos 24° = 0,914	10) cos 79° 30′ = 0,182

В шестом примере cos 132° = —sin 48°. Находим значение sin 48° и берем его со знаком минус, учитывая, что косинусы углов второй четверти, так же как и третьей, отрицательны.

Нахождение углов по значениям синусов и косинусов. *Нахождение угла по значению синуса производится так: на лицевой стороне линейки находят значение синуса на основной шкале движка и устанавливают его против конца основной шкалы линейки, затем перевертывают линейку оборотной стороной и в правом вырезе против черточки на шкале синусов читают ответ.*

Способ нахождения угла по значению косинуса дается ниже, в шестом и последующих примерах.

При определении угла по значению тригонометрической функции, что представляется, вообще говоря, задачей неоднозначной, мы получаем при помощи логарифмической линейки одно из возможных решений.

Примеры для упражнений:

1) $\sin\alpha = 0{,}309$;	$\alpha = 18°$
2) $\sin\alpha = 0{,}339$;	$\alpha = 19° 48'$
3) $\sin\alpha = 0{,}799$;	$\alpha = 53°$
4) $\sin\alpha = -0{,}242$;	$\alpha = 194°$
5) $\sin\alpha = -0{,}334$;	$\alpha = 199° 30'$
6) $\cos\alpha = 0{,}588$;	$\alpha = 54°$
7) $\cos\alpha = 0{,}225$;	$\alpha = 77°$
8) $\cos\alpha = 0{,}423$;	$\alpha = 65°$
9) $\cos\alpha = 0{,}940$;	$\alpha = 20°$
10) $\cos\alpha = 0{,}707$;	$\alpha = 45°$

В примере 1 мы устанавливаем значение $\sin\alpha = 0{,}309$ на основной шкале движка против конца основной шкалы линейки, затем перевертываем линейку оборотной стороной и в правом вырезе на шкале синусов против черточки читаем ответ: 18°.

В примере 6 сначала находим значение синуса угла и затем уже отыскиваем значение косинуса. Устанавливаем 0,588 на основной шкале движка против конца основной шкалы линейки, перевертываем линейку оборотной стороной и на шкале синусов против черточки читаем ответ: 36°, откуда $\cos\alpha = \sin(90° - 36°) = 54°$.

Нахождение значений тангенсов и котангенсов по их углам. *Для того чтобы определить, например, значение* tg 20°, *находим на шкале тангенсов число 20 и подводим его, выдвигая движок влево под черточку на корпусе линейки. Затем перевертываем линейку лицевой стороной и находим число на основной шкале движка, стоящее против начала основной шкалы линейки, — цифру 364, следовательно,*

$$\operatorname{tg} 20° = 0{,}364.$$

Так как $\operatorname{ctg} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$, то одновременно с этим конец движка показывает на основной шкале линейки значение котангенса угла 20°, которое равно 2,75.

Примеры для упражнений:

1) $\operatorname{tg} 15° = 0{,}268$	11) $\operatorname{ctg} 19° = 2{,}90$
2) $\operatorname{tg} 32° = 0{,}625$	12) $\operatorname{ctg} 40° = 1{,}192$
3) $\operatorname{tg} 9° 10' = 0{,}161$	13) $\operatorname{ctg} 61° = 0{,}554$
4) $\operatorname{tg} 38° 30' = 0{,}795$	14) $\operatorname{ctg} 43° = 1{,}07$
5) $\operatorname{tg} 44° = 0{,}966$	15) $\operatorname{ctg} 48° = 0{,}900$
6) $\operatorname{tg} 50° = 1{,}192$	16) $\operatorname{ctg} 12° 30' = 4{,}511$
7) $\operatorname{tg} 54° = 1{,}376$	17) $\operatorname{ctg} 19° 10' = 2{,}87$
8) $\operatorname{tg} 77° 30' = 4{,}511$	18) $\operatorname{ctg} 8° 30' = 6{,}69$
9) $\operatorname{tg} 27° 12' = 0{,}514$	19) $\operatorname{ctg} 30° = 1{,}732$
10) $\operatorname{tg} 62° 24' = 1{,}913$	20) $\operatorname{ctg} 80° 12' = 0{,}162$

При отыскании значений тангенса и котангенса углов необходимо помнить, что до 45° значения тангенсов меньше единицы, а значения котангенсов больше единицы. Значения тангенсов углов от 45 до 90° больше единицы, а значения котангенсов меньше единицы.

В тех случаях, когда надо отыскать значение $\operatorname{tg}\alpha$ при $\alpha > 45°$, тогда как шкала тангенсов рассчитана только до 45°, значение $\operatorname{tg}\alpha$

определяют через котангенс дополнительного угла: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} (90° - \alpha)$.

В примере 1, выдвигая движок влево, находим на шкале тангенсов деление, соответствующее 15°, подводим это деление под черточку на корпусе, перевертываем линейку лицевой стороной и на основной шкале движка, против начала основной шкалы линейки, читаем 268. Ответ: 0,268.

В примере 7 вместо $\operatorname{tg} 54°$ берем $\operatorname{ctg} 36°$. На оборотной стороне линейки против черточки на левом вырезе устанавливаем шкалу тангенсов с делением 36°. Затем перевертываем линейку и читаем значение котангенса 36° на основной шкале линейки, против конца движка, равное 1376. Ответ: $\operatorname{tg} 54° = 1{,}376$.

В примере 11, выдвигая движок влево, находим на шкале Tg деление 19°, подводим его под черту на корпусе, перевертываем линейку лицевой стороной и против конца движка читаем на основной шкале линейки цифру 290. Ответ: 2,90.

В примере 13 значение $\operatorname{ctg} 61°$ находим через $\operatorname{tg} 29°$.

Нахождение углов по значениям тангенсов и котангенсов. *Нахождение углов α по значениям $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$ ничем не отличается от нахождения углов по значению $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$.*

Например, знаем, что $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}466$; требуется найти угол α. Для этого на лицевой стороне линейки, против начала основной шкалы линейки, устанавливаем на движке 466, затем перевертываем линейку оборотной стороной и в левом вырезе на шкале tg против черточки читаем ответ: $\alpha = 25°$.

Примеры для упражнений:

1) $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}839$;	$\alpha = 40°$
2) $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}259$;	$\alpha = 14° 30'$
3) $\operatorname{tg} \alpha = 4{,}45$;	$\alpha = 77° 20'$
4) $\operatorname{tg} \alpha = 1{,}439$;	$\alpha = 55° 12'$
5) $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}1530$;	$\alpha = 8° 42'$
6) $\operatorname{ctg} \alpha = 3{,}31$;	$\alpha = 16° 48'$
7) $\operatorname{ctg} \alpha = 0{,}6197$;	$\alpha = 58° 12'$
8) $\operatorname{ctg} \alpha = 4{,}12$;	$\alpha = 13° 40'$
9) $\operatorname{ctg} \alpha = 2{,}05$;	$\alpha = 26°$
10) $\operatorname{ctg} \alpha = 1{,}475$;	$\alpha = 34° 10'$

Нахождение значений синусов и тангенсов малых углов (до 5° 44′). *Вычисление значений синусов и тангенсов малых углов по средней шкале проводят так же, как это делалось при определении значений синусов и тангенсов, используя вырез на правой стороне корпуса линейки.*

Порядок результата по шкале S и T равен минус 1.

Значения синусов и тангенсов малых углов совмещены на одной шкале потому, что их значения до 5° 44′ различаются между собой лишь в четвертом и пятом знаках, что выходит за пределы точности логарифмической линейки, и поэтому практически их считают равными.

Примеры для упражнений:

1) $\sin 1° 30' = 0{,}0262$
2) $\operatorname{tg} 2° 18' = 0{,}0401$
3) $\sin 0° 42' = 0{,}0122$
4) $\operatorname{tg} 4° 24' = 0{,}0767$
5) $\operatorname{tg} 5° 30' = 0{,}0963$
6) $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}0734$; $\alpha = 4° 12'$

7) $\sin\alpha = 0{,}0542$; $\alpha = 3°\,06'$
8) $\sin\alpha = 0{,}0157$; $\alpha = 0°\,54'$
9) $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}0472$; $\alpha = 2°\,42'$
10) $\sin\alpha = 0{,}0629$; $\alpha = 3°\,36'$

Нахождение значений тригонометрических функций при движке, перевернутом оборотной стороной. *Нахождение значений тригонометрических функций по второму способу производят следующим образом: вынимают движок из линейки, перевертывают его оборотной стороной и так вставляют в корпус линейки, совмещая края шкал.*

В этом случае, для того чтобы найти значение тригонометрической функции, засекают волоском на соответствующей тригонометрической шкале требуемый угол и на основной шкале линейки под волоском читают значение угла. Это рекомендуем проделать самостоятельно.

Нахождение значений синусов, тангенсов углов, а также синусов и тангенсов малых углов при перевернутом движке показано на рис. 20.

С целью приобретения навыков в отыскании вторым способом значений тригонометрических функций по их углам, а также углов по их значениям рекомендуем прорешать при перевернутом движке все приведенные выше примеры.

При перевернутом движке можно возводить в квадрат и куб значения тригонометрических функций, извлекать из них квадратные и кубические корни, находить их логарифмы и по логарифмам тригонометрических функций определять их значения, производить умножение и деление точно так же, как умножение и деление простых чисел.

Примеры для упражнений:

1) $36{,}3\cdot\sin 47° = 26{,}5$
2) $6{,}09\cdot\sin 2°\,42' = 0{,}287$
3) $387\cdot\operatorname{tg} 4°\,45' = 32{,}2$
4) $8{,}69\cdot\operatorname{ctg} 25° = 18{,}6$
5) $8{,}63 : \sin 19° = 26{,}6$
6) $\dfrac{5{,}46\cdot\sin 69°}{\sin 12°} = 24{,}5$
7) $\sin^2 67° : \pi = 0{,}27$
8) $\operatorname{tg}^2 29° = 0{,}307$
9) $\dfrac{4{,}46\cdot\sin 26°}{\cos 12°} = 2$
10) $\sin^3 4°\,30' = 0{,}000482$
11) $\pi\sin^3 37° = 0{,}68$
12) $3{,}14\cdot\operatorname{tg}^3 25° = 0{,}319$
13) $\dfrac{\sin 30°}{\sin 60°} = 0{,}578$
14) $\dfrac{\sin 26°}{\operatorname{tg} 15°} = 1{,}63$

В примере 1 конец перевернутого движка устанавливаем на первом сомножителе 36,3, взятом на основной шкале корпуса линейки. На шкале синусов находим угол 47°, засекаем его волоском и под волоском на основной шкале корпуса линейки читаем результат: 2—6—5. Порядок произведения подсчитываем, как обычно, при движке, выдвинутом влево: $N_{лев} = a + b$. Порядок $36{,}3 = +2$; порядок $\sin 47° = 0$, порядок произведения равен $N_{лев} = 2 + 0 = +2$. Ответ — двузначное число 26,5.

В примере 5 на основной шкале корпуса линейки засекаем волоском делимое 8,63. Под волосок подводим делитель, $\sin 19°$, взятый на перевернутом движке, и против начала движка на основной шкале корпуса линейки читаем ответ: 2—6—6. Порядок частного подсчитываем, используя формулу $N_{прав} = a - b + 1 = +1 - 0 + 1 = +2$. Следовательно, ответ — двузначное число 26,6.

В примере 8 засекаем волоском на шкале тангенсов перевернутого движка $\operatorname{tg} 29°$ и под волоском на правой шкале квадратов читаем 3—0—7. Порядок квадрата определяем по формуле: $K_{прав} = 2n$. Значение tg 29° меньше единицы, его порядок равен нулю. Следовательно, порядок квадрата

$$K_{прав} = 2n = 2 \cdot 0 = 0;$$

ответ равен 0,307.

В примере 10 засекаем волоском на шкале S и T перевернутого движка sin 4° 30′ и на шкале кубов читаем 4—8—2. Для определения порядка ответа воспользуемся уже известной нам формулой: $L_{прав} = 3n$. В нашем примере порядок возводимого в куб числа равен —1, следовательно, порядок куба равен $3n = 3\,(-1) = -3$, т. е. ответ: 0,000482.

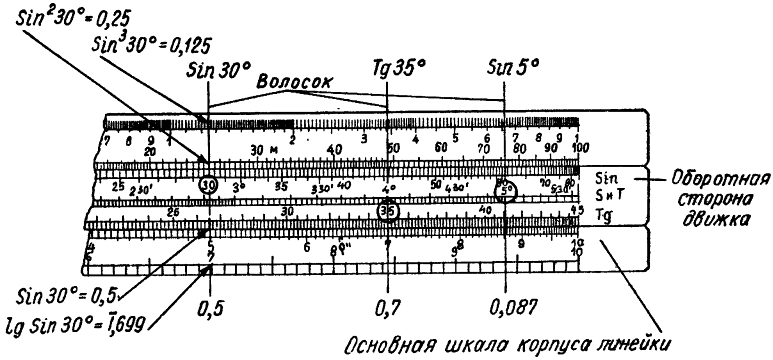


Рис. 20. Схема нахождения значений тригонометрических функций при перевернутом движке

В примере 14 засекаем волоском на перевернутом движке sin 26°; под волосок подводим tg 15° и против начала движка на основной шкале читаем цифры частного: 1—6—3. Определение частного в данном случае не представляет трудностей. Он равен $M_{прав} = a - b + 1 = 0 - 0 + 1 = +1$, следовательно, ответ: 1,63.

Вычисление десятичных логарифмов тригонометрических величин синуса и тангенса. Для того чтобы определить lg sin α и lg tg α, прежде всего находим их значения. Как известно, это можно сделать двояко — без перевертывания движка, через вырезы на оборотной стороне линейки, и перевернув движок оборотной стороной, тригонометрическими шкалами кверху.

В первом случае, найдя значение sin α, засекаем его волоском на основной шкале корпуса линейки, а на шкале логарифмов под волоском читаем мантиссу, устанавливая характеристику в зависимости от того, по какой шкале взят угол: если по шкале S и T малых углов (до 5° 44′), то характеристика равна $\bar{2}$, а если по шкале sin, то $\bar{1}$.

Во втором случае, при перевернутом движке, засекая волоском sin α, одновременно под волоском на основной шкале читаем значение его: на шкале мантисс логарифмов — мантиссу логарифма sin α, на шкале квадратов — значение $\sin^2 \alpha$ и, наконец, на шкале кубов — значение $\sin^3 \alpha$ (см. рис. 20).

Примеры для упражнений:

1) $\lg \sin 35^\circ = \bar{1},759$	9) $\lg \sin 40^\circ 10' = \bar{1},810$
2) $\lg \sin 43^\circ 40' = \bar{1},839$	10) $\lg \sin 2^\circ 40' = \bar{2},668$
3) $\lg \sin 3^\circ 30' = \bar{2},786$	11) $\lg \operatorname{tg} 15^\circ 30' = \bar{1},443$
4) $\lg \sin 9^\circ 50' = \bar{1},232$	12) $\lg \operatorname{tg} 3^\circ 50' = \bar{2},826$
5) $\lg \sin 19^\circ 10' = \bar{1},516$	13) $\lg \operatorname{tg} 65^\circ 30' = 0,341$
6) $\lg \sin 22^\circ 20' = \bar{1},580$	14) $\lg \operatorname{tg} 30^\circ 20' = \bar{1},767$
7) $\lg \sin 29^\circ 20' = \bar{1},690$	15) $\lg \operatorname{tg} 5^\circ 10' = \bar{2},956$
8) $\lg \sin 4^\circ 30' = \bar{2},895$	16) $\lg \sin 3^\circ 30' = \bar{2},787$

Логарифмы тангенсов углов находятся так же, как и логарифмы синусов углов. В примере 13 $\lg \operatorname{tg} 65^\circ 30' = \lg \operatorname{ctg} 24^\circ 30' = 0,345$.

XVI. ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ЛИНЕЙКИ В НЕКОТОРЫХ ПРАКТИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

Вычисление площади круга по его диаметру и диаметра по площади круга. Площадь S круга выражается формулой

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{d^2}{\frac{4}{\pi}},$$

где d — диаметр круга.

Заменяя знаменатель дроби через c^2, имеем

$$S = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \quad \text{и} \quad c = \sqrt{\frac{4}{\pi}}.$$

Численное значение $c = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1,128$ нанесено на основной шкале как на движке, так и на линейке.

Диаметр окружности d данной площади S

$$d = c\sqrt{S}.$$

Примеры для упражнений

1. Определить площадь S круга при $d = 12$ *см*.

Для того чтобы найти площадь круга, засекаем волоском на основной шкале линейки число 12, делим это число на $c = 1,128$, для чего подводим под волосок особый значок С на основной шкале движка, и результат читаем на шкале квадратов линейки против начала движка.

В нашем примере

$$S = \left(\frac{d}{c}\right)^2 = \left(\frac{12}{1,128}\right)^2 = 113 \text{ см}^2$$

2. Найти диаметр круга, зная, что площадь круга $S = 28,3$ *м*^{3}.

В этом случае устанавливаем начало движка против числа 28,3, взятого на правой шкале квадратов, находим особый значок C на основной шкале движка, засекаем его волоском и на основной шкале линейки читаем результат. В нашем примере

$$d = c\sqrt{S} = 1{,}128\sqrt{28{,}3} = 6 \text{ см.}$$

Пропорции. Линейка как таблица прямой и обратной пропорциональности. Если сдвинем движок линейки, например, вправо, и поставим начало движка против цифры 2, взятой на основной шкале корпуса линейки, то получим ряд прямой пропорциональности

$$\frac{1}{2};\quad \frac{1{,}5}{3};\quad \frac{2}{4};\quad \frac{3}{6};\quad \frac{4}{8};\quad \frac{5}{10} \text{ и т. д.}$$

В этом случае линейка может быть использована как таблица для переводов одних единиц в другие. Например, установив конец движка линейки против числа 80, взятого на основной шкале линейки, получаем соотношение $\frac{100}{80}$, что дает таблицу для переводов градусов Цельсия (°C) в градусы Реомюра (°R) и обратно. Сделав такую установку, оставляя движок на месте, волоском бегунка можем засекать на движке любые значения шкалы °C и на шкале корпуса линейки читать соответствующие им значения шкалы °R, а, засекая на шкале корпуса линейки значения °R, на шкале движка — читать соответствующие им значения °C. Так:

°C	25	40	50	62,5	30	20	15	75	55
°R	20	32	40	50	24	16	12	60	44

Примеры

1. Зная, что 1 *дм* = 2,54 *см*, вычислить, сколько сантиметров будет в 3; 5,5; 6,5; 7; 12 и 16 *дм*.

2. Зная, что 1 *квт* равен 1,36 *л. с.*, вычислить, сколько лошадиных сил будет в 2,5, 12, 15 *квт*.

Линейка может быть использована и для решения задач на пропорции. Например, требуется найти x из уравнения

$$\frac{3}{15} = \frac{x}{25}.$$

Для того чтобы найти x, поступаем следующим образом: против цифры 3, взятой на основной шкале корпуса линейки, устанавливаем число 15 на основной шкале движка. Затем засекаем волоском на основной шкале движка число 25 и на основной шкале корпуса линейки под волоском читаем значение x = 5.

П р и м е р ы д л я у п р а ж н е н и й*:

1) $\frac{2,5}{5}=\frac{4,5}{x}; \quad x=9$

2) $\frac{x}{3,5}=\frac{4}{14}; \quad x=1$

3) $\frac{6}{x}=\frac{9}{3}; \quad x=2$

4) $\frac{5,8}{7,2}=\frac{x}{3,5}=\frac{y}{1,9}; \quad x=2,82; \quad y=1,53$

5) $\frac{\mathrm{tg}\,12^\circ}{30}=\frac{\mathrm{tg}\,28^\circ}{x}; \quad x=75$

6) $\frac{\sin 10^\circ}{3,5}=\frac{\sin \alpha}{6,9}; \quad \alpha=20^\circ.$

С п о м о щ ь ю п р о п о р ц и й н а л о г а р и ф м и ч е с к о й л и н е й к е м о ж н о п р о и з в о д и т ь р е ш е н и я п р я м о у г о л ь н ы х т р е у г о л ь н и к о в.

Согласно теореме синусов, зависимость между сторонами треугольника и его углами выражается, как известно, следующим равенством:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C},$$

в котором a и b — катеты, c — гипотенуза.

Используя эту зависимость, мы можем находить катеты, гипотенузу, углы, решать прямоугольные треугольники.

Рассмотрим несколько п р и м е р о в.

1. В прямоугольном треугольнике гипотенуза $c = 60$ *см*, а угол $B = 40^\circ$. Найти угол A и катеты a и b.

Угол $A = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

На основании теоремы синусов составляем равенство, из которого определим катеты a и b.

$$\frac{a}{\sin 50^\circ}=\frac{b}{\sin 40^\circ}=\frac{60}{\sin 90^\circ}.$$

Перевертывая движок оборотной стороной, вставляем его тригонометрическими делениями наверх, а затем устанавливаем против 60 на корпусе линейки конец движка ($\sin 90^\circ$) и, последовательно засекая на шкале синусов $\sin 50^\circ$ и $\sin 40^\circ$, находим катеты $a = 45,9$ *см* и $b = 38,5$ *см*.

2. Даны катеты $a = 25$ *см* и $b = 35$ *см*. Определяем гипотенузу $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{25^2+35^2}=43$.

---

* Решая примеры 5 и 6, движок перевертываем оборотной стороной, тригонометрическими шкалами вверх.

Затем определяем угол A из уравнения

$$\operatorname{tg} A = \frac{a}{b} = \frac{25}{35} = 0{,}715 \approx 35°\,40';$$

угол $B = 90° - 35°\,40' \approx 54°\,20'$.

3. Дана гипотенуза $c = 50$ *см* и угол $A = 58°$. Угол $B = 90° - 58° = 32°$.

С учетом теоремы синусов составляем равенство

$$\frac{a}{\sin 58°} = \frac{b}{\sin 32°} = \frac{50}{\sin 90°},$$

из которого находим $a = 42{,}4$ *см* и $b = 26{,}5$ *см*.

4. Даны катет $a = 22$ *см* и острый угол $A = 46°$. Определяем угол B. Он равен $90° - 46° = 44°$. Составив равенство

$$\frac{22}{\sin 46°} = \frac{b}{\sin 44°} = \frac{c}{\sin 90°},$$

определяем катет $b = 21{,}2$ *см* и гипотенузу $c = 30{,}6$.

Вычисление обратной пропорциональности. *В тех случаях, когда необходимо вычислить обратную пропорциональность, пользуются обратной или красной шкалой.*

Допустим, требуется вычислить обратную пропорцию по формуле $pV = \text{const}$. Например, известно, что газ под давлением 8 *атм* занимает объем в 1500 *см*^{3}, и требуется вычислить, какой объем займет газ при давлениях 6; 4,5; 2; 1,5 *атм* и т. д. Для того чтобы воспользоваться линейкой как таблицей обратной пропорциональности, поступаем следующим образом.

Засекаем волоском 1500 на основной шкале корпуса линейки и, выдвигая движок вправо, подводим под волосок цифру 8 на обратной шкале. После этого любое число на основной шкале связано обратной пропорциональностью с числом на обратной шкале, и произведение любых этих чисел есть величина постоянная.

Теперь, засекая волоском на обратной шкале линейки давление в 6 атм, читаем на основной шкале корпуса линейки соответствующий объем: 2000 см^3 *и т. д.*

Результаты вычислений приводятся ниже.

Давление p в *атм*	8	6	4,5	2	1,5	3	1,8	4	9	5	10
Объем V в *см*^{3}	1500	2000	2660	6000	8000	4000	6660	3000	1333	2400	1200

Процентные отношения. Нахождение процентов по данным числам и чисел по данным процентным отношениям значительно ускоряется при помощи логарифмической линейки.

Пусть требуется найти числа по данным процентам. Сумма чисел равна 1600.

Выдвигая движок вправо, устанавливаем начало движка против 1600 на корпусе линейки, получаем соотношение $\frac{100}{1600}$. Запоминаем, что на движке расположены проценты, а на корпусе линейки — соответствующие им числа. Теперь, не передвигая движок, а только засекая волоском тот или иной процент на основной шкале движка, читаем под волоском на основной шкале корпуса линейки соответствующие им числа (см. табличку) и, наоборот, засекая на основной шкале корпуса линейки любое число, получаем на движке соответствующий ему процент.

Если надо найти удельный вес ряда чисел, т. е. определить процент от общего итога, мы также приравниваем их сумму к 100 и делаем соответствующую установку движка, полагая, что на движке расположены проценты, а на корпусе линейки — соответствующие им числа.

Например, требуется определить, сколько процентов от общего итога 1200 составляют числа 300, 480, 420.

Числа	%
320	20,0
480	30,0
400	25,0
192	12,0
208	13,0
1600	100,0

Устанавливаем начало движка против 1200, получаем соотношение $\frac{100}{1200}$. Засекая волоском на основной шкале корпуса число 300, на основной шкале движка под волоском читаем 25. Следовательно, 300 составляет 25% от 1200.

Затем, не передвигая движка, засекаем волоском на основной шкале корпуса линейки число 480, на основной шкале движка под волоском читаем соответствующий процент — 40 и т. д.

Примеры для упражнений.

1. На пяти курсах института обучается 7500 студентов, в том числе: на I курсе—2000, на II—1800, на III—1650, на IV — 1200 и на V — 850. Определить состав студентов по курсам в %. Ответ: на I курсе — 26,7%, на II — 24%, на III — 22%, на IV — 16% и на V — 11,3%.

2. По данным учебной части института, из общего числа студентов 9000 человек 48% занимаются на дневных факультетах, 20% — на вечернем и 32% — на заочном. Сколько студентов занимается на каждом из факультетов? (Ответ: на дневных факультетах занимается 4320 студентов, на вечернем — 1800 и на заочном — 2880.)

Вычисление выражений вида $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. В технических расчетах приходится часто складывать квадраты двух величин с последующим извлечением квадратного корня из суммы квадратов (например, нахождение гипотенузы по двум катетам). В этом случае полезен искусственный прием, который мы рассмотрим на следующем примере.

Даны катеты $a = 3$ и $b = 4$. Найти гипотенузу $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Поступаем следующим образом: против значения $a = 3$ на основной шкале линейки ставим начало движка. Затем на основной шкале линейки засекаем волоском значение $b = 4$, читая на шкале квадратов движка 1,77. Прибавляя к 1,77 единицу, получаем 2,77. Теперь, засекая волоском 2,77 на шкале квадратов движка, на основной шкале под волоском читаем ответ: $c = 5$.

Примеры для упражнений:

Определить $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, зная, что

1) $a = 3$; $b = 5$ $(c = 5{,}84)$
2) $a = 4$; $b = 7$ $(c = 8{,}06)$
3) $a = 5$; $b = 7$ $(c = 8{,}6)$
4) $a = 16$; $b = 28$ $(c = 32{,}2)$
5) $a = 2$; $b = 4$ $(c = 4{,}47)$

Комбинированные вычисления с использованием шкал квадратов и кубов. *Вычисления на логарифмической линейке значительно ускоряются и упрощаются, если наряду с основной шкалой использовать и другие шкалы.*

Вот несколько примеров, которые обычно решаются с использованием шкал квадратов и кубов.

1) $8^2 \times 2,5 = 160$

2) $2,5^2 \times 21,5 = 134,4$

3) $20^2 : 16 = 25$

4) $17,6^2 : 42,3 = 7,32$

5) $32,1\sqrt{14,5} = 122,3$

6) $19,3\sqrt{76,2} : \pi = 53,6$

7) $2\pi\sqrt{37,7} = 38,6$

8) $11,7\sqrt{8,23} : 3,24 = 10,36$

9) $5\sqrt{144} : 2,9 = 20,7$

10) $2,21\sqrt{4,62} : 3,79 = 1,255$

11) $0,875\sqrt[3]{42,6} = 3,06$

12) $17,52\sqrt[3]{8,63} = 36$

13) $\pi : \sqrt{6,36} = 1,247$

14) $197,2 : \sqrt{576} = 8,22$

15) $67,3 : \sqrt{123,4} = 6,05$

16) $\sqrt{6280} : 12,4 = 6,39$

17) $\sqrt[3]{6720} : 4,22 = 4,47$

18) $\sqrt{529} : (4,21 \times 6,4) = 0,854$

19) $\sqrt{6\pi} : 5,22 = 0,832$

20) $\sqrt[3]{499} : 4,22 = 1,88$

В примере 1 на основной шкале засекаем волоском первый сомножитель 8, читаем на шкале квадратов: 64. Затем подводим под волосок конец шкалы квадратов, выдвигая движок влево, находим на ней второй сомножитель 2,5, засекаем его волоском и на шкале квадратов корпуса читаем под волоском ответ: 160.

Порядок произведения определяем грубой прикидкой: $60 \times 3 = 180$, следовательно, ответ — трехзначное число.

По аналогии решается пример 2.

В примере 3 сначала находим квадрат числа и засекаем его волоском, затем подводим под волосок делитель, взятый на любой из шкал квадратов, и против начала шкалы квадратов движка читаем ответ: 25, порядок которого определяем путем прикидки в уме.

Пример 4 решается по аналогии.

В примере 5 сначала извлекаем квадратный корень из 14,5 по правой шкале (подкоренное число имеет полную грань, два знака) и на основной шкале читаем ответ: 3,8. Затем, подводя под волосок конец движка, находим на основной шкале движка второй сомножитель, число 32,1, засекаем его волоском и на основной шкале корпуса линейки читаем под волоском ответ: 122,3. Порядок ответа определяем путем прикидки в уме.

Примеры 6, 7, 8, 9 и 10 решаются аналогично.

В примере 11 извлекаем сначала корень кубический из 42,6 (извлечение производим по средней шкале, так как в грани две цифры), засекаем его волоском, затем, выдвигая движок влево, умножаем полученное значение корня на 0,875 и на основной шкале корпуса линейки читаем результат: 3,06.

Пример 12 решается по аналогии.

В примере 13 на основной шкале линейки находим значение π (см. особый значок, соответствующий 3,14), засекаем его волоском и под волосок подводим подкоренное число 6,36, взятое на левой шкале квадратов (так как подкоренное число однозначное); против начала движка на основной шкале корпуса линейки читаем ответ: 1,247.

Примеры 14 и 15 решаются аналогично.

В примере 16 сначала извлекаем по правой шкале квадратный корень из 6280, затем делим, как обычно, на 12,4 и против начала движка на основной шкале линейки читаем ответ: 6,39.

В примерах 17, 18, 19 и 20 вычисления ведем в том же порядке, что и в предыдущем случае.

Сокращенные вычисления на логарифмической линейке позволяют значительно сэкономить время и труд при производстве вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

Брадис В. М. Счетная логарифмическая линейка. М., Учпедгиз, 1957. 16 с.

Карташян А. А. Дидактический материал для вычислений на логарифмической линейке. М., изд. «Просвещение», 1964. 127 с.

Назаров В. Г. Справочник по логарифмической линейке. М., Физматгиз, 1959. 47 с.

Панов Д. Ю. Счетная линейка. М., Физматгиз, 1959. 160 с.

Румшиский Л. З. Счетная линейка. М., изд. «Наука», 1965. 64 с.

Семендяев К. А. Счетная линейка. М.—Л., Гостехиздат, 1950. 46 с.

Фейгин И. М. Логарифмическая линейка. Ростов-на-Дону. Книжное издательство, 1964. 101 с.

Широких И. И. Логарифмическая линейка и ее применение. Томск. Книжное издательство, 1964. 139 с.

Lehmann Helmar, Dr. Der Rechenstab und seine Verwendung. Leipzig, Fachbuchverlag, 1964. 228 с.

Fricke H. W. Ingenieur. Der Rechenschieber. Leipzig, Fachbuchverlag, 1957. 190 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Сергей Игнатьевич
Березин

СЧЕТНАЯ
ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ
ЛИНЕЙКА

Редактор издательства
И. А. Денина

Технический редактор
А. А. Бардина

Корректор
Р. И. Беккер

Сдано в производство 12/IV 1967 г.
Подписано к печати 16/XI 1967 г. М-10452
Формат бумаги $84 \times 108^1/_{32}$.
Бумага типографская № 2.
Усл. печ. л. 2,94. Уч.-изд. л. 3,2
Тираж 200 000 экз.
Заказ 1973. Цена 16 к.

Ленинградское отделение
издательства «МАШИНОСТРОЕНИЕ»
Ленинград, Д-65, ул. Дзержинского, 10

Ленинградская типография № 6
Главполиграфпрома Комитета по печати
при Совете Министров СССР
Ленинград, ул. Моисеенко, 10

5 р.
~~16~~ коп.